

**VARYANS ANALİZİ TEKNİĞİNİN ÖN ŞARTLARI YERİNE  
GELMEDİĞİNDE VARYANS UNSURLARI TAHMİNİNDE I. TİP HATA**

**Serdar GENÇ**

**Yüksek Lisans Tezi**

**Zootekni Anabilim Dalı**

**Danışman: Prof. Dr. M. İhsan SOYSAL**

**2010**

**T.C.**  
**NAMIK KEMAL ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**VARYANS ANALİZİ TEKNİĞİNİN ÖN ŞARTLARI YERİNE  
GELMEDİĞİNDE VARYANS UNSURLARI TAHMİNİNDE I. TİP  
HATA**

**Serdar GENÇ**

**ZOOTEKNİ ANABİLİM DALI**

**DANIŞMAN: Prof. Dr. M. İhsan SOYSAL**

**TEKİRDAĞ – 2010**

**Her hakkı saklıdır**

Prof. Dr. M. İhsan SOYSAL danışmanlığında Serdar GENÇ tarafından hazırlanan bu çalışma, ....../...../..... tarihinde aşağıdaki jüri tarafından, Fen Bilimleri Enstitüsü Zootekni Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı:

İmza:

Üye:

İmza:

Üye:

İmza:

Üye:

İmza:

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun ..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Orhan DAĞLIOĞLU

**Enstitü Müdürü**

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### VARYANS ANALİZİ TEKNİĞİNİN ÖN ŞARTLARI YERİNE GELMEDİĞİNDE VARYANS UNSURLARI TAHMİNİNDE I. TİP HATA

Serdar GENÇ

Namık Kemal Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Zootekni Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. M. İhsan SOYSAL

Bu çalışma ile Varyans Analizi Tekniğinin normal dağılım, homojenlik gibi ön şartları yerine gelmediğinde Varyans Unsurları tahmin edilmiş ve I. Tip Hata olasılıkları hesaplanmıştır. Varyans Unsurları tahmininde Varyans Analizi Tekniği (ANOVA), En İyi Olabilirlik (Maximum Likelihood, ML) ve Kısıtlanmış En İyi Olabilirlik (Restricted Maximum Likelihood, REML) yöntemleri kullanılmıştır.

Çalışmada simülasyon tekniği ile  $Z(0,1)$ ,  $t(10)$ ,  $\chi^2(3)$ ,  $\beta(5,2)$  dağılımlarından belirli örnek genişliklerinde ( $n=5, 10, 20, 30, 40, 50$ ), belirli grup sayılarında ( $k=3, 4, 10$ ) ve varyans oranları 3 grup;  $\sigma^2=1:1:1, 1:1:5, 1:1:10$ ; 4 grup;  $\sigma^2=1:1:1:1, 1:1:1:5, 1:1:1:10$ , 10 grup;  $\sigma^2=1:1:1:1:1:1:1:1:1:1, 1:1:1:1:1:1:1:1:1:5, 1:1:1:1:1:1:1:1:1:10$  olacak şekilde tesadüf sayıları üretilmiştir. Her bir deneme kombinasyonu için 100000 simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışması ile elde edilen tesadüf sayıları standardize edilmiştir, ANOVA, ML ve REML yöntemlerine göre varyans unsurları tahmin edilmiş ve I. tip hata olasılıkları ( $\alpha$ ) karşılaştırılmıştır. Varyans unsurları tahmin edilirken Rasgele Etkili Model (Random Effect Model) kullanılmıştır.

ANOVA ve ML ile yapılan varyans unsuru tahminlerinde I. tip hata olasılıkları ( $\alpha$ ) örnek genişliğinin küçük ( $n=4, 10$ ) olduğu durumlarda ön şartlar sağlanmış olsa bile korunamazken REML yönteminde korunmaktadır. Her üç yöntemde de ön şartlardan homojenlik bozulduğunda ( $\sigma^2=1:1:5, 1:1:10$  gibi)  $\alpha$  artmaktadır. Ayrıca grup sayısı ( $k=5, 10$ ) arttıkça da  $\alpha$ 'nın arttığı gözlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Varyans Analizi, Varyans Unsurları, I.Tip Hata Olasılığı, Simülasyon

# ABSTRACT

Master of Science Thesis

## COMPARISON OF SOME VARIANCE COMPONENT ESTIMATION METHODS WITH RESPECT TO TYPE I ERROR RATE

Serdar GENÇ

Namık Kemal University Natural and Applied Science Institute

Department of Animal Science

Supervisor: Prof. Dr. M. İhsan SOYSAL

In this thesis, variance components and probability of Type I Error were estimated when the assumptions of Analysis of Variance (ANOVA) were violated. ANOVA, Maximum Likelihood (ML) and Restricted Maximum Likelihood (REML) methods were used to estimate variance components,

Random numbers from  $Z(0,1)$ ,  $t(10)$ ,  $\chi^2(3)$ ,  $\beta(5,2)$  distributions were generated, with the various sample sizes ( $n=5, 10, 20, 30, 40, 50$ ), group numbers ( $k=3, 4, 10$ ) and the variance ratios for 3 group  $\sigma^2=1:1:1, 1:1:5, 1:1:10$ ; 4 group;  $\sigma^2=1:1:1:1, 1:1:1:5, 1:1:1:10$ , 10 group;  $\sigma^2=1:1:1:1:1:1:1:1:1:1, 1:1:1:1:1:1:1:1:1:5, 1:1:1:1:1:1:1:1:1:10$ . The simulation program was run 100000 times for each combination. These random numbers were standardized and variance components were estimated by ANOVA, ML and REML methods. Simple Random Effect Model was used for estimating the variance components.

Depending on the findings of this study, it is concluded that probability of type I error ( $\alpha$ ) estimated by ANOVA and ML was not protected in small sample sizes ( $n=5, 10$ ) even if assumption of analysis of variance were met. However, REML protected it under the same conditions. The calculated probability of type I error ( $\alpha$ ) by using all methods increased when the assumption of variance homogeneity was violated. Moreover, the probability of type I error ( $\alpha$ ) increased when the number of group ( $k=4, 10$ ) increased.

**Key Words:** Analysis of Variance, Variance Components, Probability of Type I Error, Simulation

**2010, 26 Pages**

## TEŐEKKÜR

Tez konusunun belirlenmesi, gerçekleŐtirilmesi ve yazılması aŐamalarında yol gÖsteren ve en bÜyÜk desteği veren hocalarım Prof. Dr. Fikret GÜRBÜZ, Prof. Dr. Zahide KOCABAŞ ve Prof. Dr. M. İhsan SOYSAL 'a teŐekkürlerimi sunarım. Tez çalıŐmam sırasında gerekli programların yazılmasında ve çalıŐtırılmasında yardımlarını esirgemeyen Doç. Dr. Mehmet MENDEŞ hocama teŐekkür ederim. ÇalıŐmalarım sırasında yönlendirici desteklerinden ÖtürÜ hocalarım Doç. Dr. Muhip ÖZKAN ve Doç. Dr. AŐır GENÇ 'e teŐekkürÜ bir borç bilirim.

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

- ML** : En İyi Olabilirlik (Maximum Likelihood)
- REML** : Kısıtlanmış En İyi Olabilirlik (Restricted Maximum Likelihood)
- ANOVA** : Varyans Analizi Tekniği (Analysis of Variance)
- GİKO** : Gruplar İçi Kareler Ortalaması
- GAKO** : Gruplar Arası Kareler Ortalaması
- $\hat{\sigma}_a^2$  : Gruplar Arasına İlişkin Varyans Unsuru Tahmini (Varyans Analizi Tekniği ile Tahmin Edilen)
- $\hat{\sigma}_e^2$  : Hataya İlişkin Varyans Unsuru Tahmini (Varyans Analizi Tekniği ile Tahmin Edilen)
- $\hat{\sigma}_{A\_ML}^2$  : Gruplar Arasına İlişkin Varyans Unsuru Tahmini (En İyi Olabilirlik Yöntemi ile Tahmin Edilen)
- $\hat{\sigma}_{ML}^2$  : Hataya İlişkin Varyans Unsuru Tahmini (En İyi Olabilirlik Yöntemi ile Tahmin Edilen)
- $\hat{\sigma}_{A\_REML}^2$  : Gruplar Arasına İlişkin Varyans Unsuru Tahmini (Kısıtlanmış En İyi Olabilirlik Yöntemi ile Tahmin Edilen)
- $\hat{\sigma}_{REML}^2$  : Hataya İlişkin Varyans Unsuru Tahmini (Kısıtlanmış En İyi Olabilirlik Yöntemi ile Tahmin Edilen)
- $\alpha$  : I. Tip Hata Olasılığı (Probability of Type I Error)

## İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ.....	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vii
<b>1. GİRİŞ.....</b>	<b>1</b>
<b>2. LİTERATÜR ÖZETLERİ.....</b>	<b>3</b>
<b>3. MATERYAL ve METOT.....</b>	<b>7</b>
3.1. Materyal.....	7
3.2. Metot.....	9
3.2.1. Varyans Analizi Tekniği ve Varyans Unsurları Tahmin Yöntemleri.....	9
3.2.1.1. Varyans Analizi Tekniği (ANOVA) ve I. Tip Hata Olasılığı ( $\alpha$ ).....	9
3.2.1.2. En İyi Olabilirlik (Maximum Likelihood, ML)Yöntemi .....	12
3.2.1.3. Kısıtlanmış En İyi Olabilirlik (Restricted Maximum Likelihood, REML) Yöntemi..	14
<b>4. ARAŞTIRMA BULGULARI.....</b>	<b>17</b>
<b>5. TARTIŞMA VE SONUÇ.....</b>	<b>22</b>
<b>6. KAYNAKLAR.....</b>	<b>24</b>



## ŞEKİLLER DİZİNİ

## Sayfa No

Şekil.3.1. Standart normal dağılım ( $Z(0, 1)$ ).....	8
Şekil 3.2. t dağılımı ( $t(10)$ ).....	8
Şekil 3.3. Beta dağılımı ( $\beta(5, 2)$ ).....	8
Şekil 3.4. Ki-kare dağılımı ( $\chi^2(3)$ ).....	8

## ÇİZELGELER DİZİNİ

## Sayfa No

Çizelge 3.1 Çalışmada Kullanılan Dağılımlar, Grup Sayısı, Gözlem Sayısı, Varyans Oranları ve Deneme Sayısı.....	7
Çizelge 3.2. Varyans analizi tablosu.....	11
Çizelge 4.1. Standart normal dağılımdan üretilen deneme sonuçlarından elde edilen Varyans unsuru tahminlerinin I. tip hata olasılıkları.....	16
Çizelge 4.2. t dağılımdan üretilen deneme sonuçlarından elde edilen varyans unsuru tahminlerinin I. tip hata olasılıkları .....	17
Çizelge 4.3. Ki-kare dağılımından üretilen deneme sonuçlarından elde edilen varyans unsuru tahminlerinin I. tip hata olasılıkları.....	19
Çizelge 4.4. Beta dağılımdan üretilen deneme sonuçlarından elde edilen varyans unsuru tahminlerinin I. tip hata olasılıkları .....	20

## 1. GİRİŞ

İstatistikte iki ya da daha fazla grup ortalaması karşılaştırılmak istendiğinde kullanılacak tekniklerden birisi de varyans analizi tekniğidir. Varyans analizi tekniği grup ortalamalarının karşılaştırılması imkânını verdiği gibi, varyans unsurlarını tahmin etme olanağı da sağlamaktadır (Kaps ve Lamberson 2004). Ancak bu tekniğin kullanılabilmesi için bazı ön şartların (normal dağılım, homojenlik, bağımsızlık, eklenebilirlik) yerine getirilmesi gerekir.

Bu ön şartlar yerine getirilmediği halde verilere varyans analizi tekniği uygulanarak yapılacak hipotez kontrollerinde karşılaştırılan I. tip hata olasılığı değişir ve elde edilecek sonuçlar güvenilir olmaz.

Varyans unsurları (bileşenleri), üzerinde durulan özelliğe etki eden faktörlerin toplam varyasyondaki paylarının belirlenmesinde kullanılır. Varyans unsurlarının tahmin edilmesi, toplam varyasyonda herhangi bir varyasyon kaynağının etkisini bilme açısından önemlidir. Böylece araştırmacı hangi faktör veya faktörler üzerinde duracağı konusunda fikir sahibi olur. Belki de faktörlerden birinin hiç etkisi yoktur ve bu durumda o faktör modelden çıkarılabilir.

Gözlem değerlerine etki ettiği düşünülen, tamamıyla araştırmacı tarafından belirlenen değişkenler faktör olarak adlandırılır. Faktörlerin seviyeleri araştırmacı tarafından belirleniyor ise sabit (fixed) etki ve böyle oluşturulan modeller sabit (fixed) modeller, faktör seviyeleri rasgele belirleniyor ise rasgele (random) etki ve yalnızca rasgele etkilerin bulunduğu modele rasgele (random) model denilmektedir. Buna ilave olarak hem rasgele hem de sabit etkileri içeren modeller ise karışık (mixed) model olarak adlandırılmaktadır.

Sabit modelde etki, rasgele ve karışık modeller de ise varyans unsurları tahmin edilebilmektedir. Varyans unsurlarının tahminleri model ve deneme düzenine bağlı olarak çeşitli yöntemlerle yapılabilmektedir. Bunlardan ilki ve en temel olanı varyans analizi tekniğidir (Analysis of variance; ANOVA). Bu teknikten sonra Henderson I, II, III, en iyi olabilirlik (Maximum Likelihood; ML) ve kısıtlanmış en iyi olabilirlik (Restricted Maximum Likelihood; RML) metotları geliştirilmiştir. Bu sayede en uygun modelle ve yöntemle gerçeğe en yakın tahminler yapılmaya çalışılmaktadır (Searle ve ark 1992).

Varyans unsurları kalıtım derecesi ve çeşitli genetik parametre tahminlerinin yapılmasında kullanılmaktadır. Bu parametrelerin doğru tahmin edilmesi yapılan

araştırmalar için önemlidir. Onun için varyans unsurları tahminlerinin güvenilir olması, uygun verilere uygun tahmin yönteminin uygulanmasıyla mümkün olabilmektedir. Bu amaçla birçok yöntem (ANOVA, ML, REML, BLUP ve Bayes gibi) kullanılmakta ve varyans unsurları tahmin edilmektedir. Bu sebeple yürütölen çalışmalar sonucunda elde edilen varyans unsurları tahminlerinin güvenilir olması, kullanılan yöntemle bağlıdır. Bu yöntemlerin güvenilirliği ise güçleri ve I. tip hata olasılıkları ile ilişkilidir.

Çalışmanın amacı varyans analizinin ön şartlarının yerine gelmediği durumlarda ANOVA, ML ve REML yöntemleri ile elde edilen varyans unsuru tahminlerinin I. tip hata olasılıkları bakımından karşılaştırılmasıdır.

## 2. LİTERATÜR ÖZETLERİ

İlk olarak Fisher 1918’de varyansın tanımını yapmış ve varyans analizi yöntemini geliştirmiştir. Varyans analizi yöntemini kullanarak varyans unsurlarının tahmini ilk olarak Crump (1946, 1951) ve Eisenhart (1947) tarafından yapılmıştır (Searle ve ark. 1992).

1953 yılına kadar ancak alt grup sayıları eşit olan deneme düzenlerinde yapılan varyans unsurları tahmini Henderson tarafından geliştirilen ve kendi adıyla anılan metotlarla yapılabilir hale gelmiştir. Henderson I yalnızca rasgele modellerde kullanılabilirken, Henderson II ve III metotları karışık modellerde uygulanabilmektedir (Searle ve ark. 1992).

Hartley ve Rao 1967’de en iyi olabilirlik (Maximum Likelihood) tahmin etme yöntemini geliştirmiş ve bunu takip eden yıllarda geliştirilen kısıtlanmış en iyi olabilirlik (Restricted Maximum Likelihood) yöntemiyle ML’nin negatif tahminler yapma sorununu ortadan kaldırılmaya çalışılmıştır. Böylece parametre tahminlerinin daha güvenilir olması sağlanmaya çalışılmıştır (Searle ve ark. 1992).

Karışık modelde varyans unsurlarının REML tahmini adlı araştırmada ele alınan örnekte hem dengeli verilerde hem de dengesiz verilerde ANOVA ve REML tahminlerinin benzer, ancak ML tahminlerinin bunlardan farklı olduğu bildirilmektedir (Corbeil ve Searle 1976).

REML yöntemi Hartley ve Rao 1967’de geliştirdiği ML yönteminden elde edilmiştir. Buna göre normallik varsayımı altında olabilirliği (likelihood) bir kısmı sabit etkilerden bağımsız olan iki kısma ayrılmıştır. Bu kısmın maksimizasyonu ile REML tahminleyicileri elde edilmiştir. ML gibi REML tahminleyicilerinin de transformasyon ile değişmezlik özelliği vardır. Ayrıca REML yönteminde tahminleme hatası ML ‘ye göre (alt gruplardaki gözlem sayıları eşit olan veriler için) daha küçük olmaktadır. Araştırmacılar tahminlenecek parametre sayısı aynı olan matrislerde, hesaplama tekniğinden dolayı REML yönteminin ML yöntemine göre daha hızlı bir şekilde sonuca ulaştığını belirtmişlerdir (Corbeil ve Searle 1976).

Hocking ve Kutner (1975) tarafından yapılan çalışmada varyans unsurları tahmin metotlarının karşılaştırılmış, REML yönteminin çözümlerinin ANOVA ile benzer sonuçlar verdiği bildirilmiştir. Çalışmada ML ve REML yöntemlerini diğer tahmin metotlarıyla karşılaştırmak için, alt gruplarda yalnızca bir gözlem bulunan veya hiç gözlem bulunmayan, interaksiyonun olmadığı iki sınıflanmış karışık model dengesiz veri kullanılmıştır.

Sonuçların Corbeil ve Searle (1976) tarafından yapılan, eksik blok deneme düzeni için elde edilen sonuçlarla benzer olduğu gözlenmiştir. Ayrıca Hocking ve Kutner (1975) ML yöntemini tanımlamışlar, algoritmasını vermişler ve diğer yöntemlerle karşılaştırmışlardır.

Harville (1977) varyans unsuru tahminine maksimum olabilirlik yaklaşımları ile ilgili problemler isimli makalesinde, sabit ve rasgele (şansa bağlı) etkilerin tahmininde ML ve REML yöntemlerine ait algoritmaları vermiştir.

Harville (1977) varyans unsurlarını ilk kullananların tahminlerinde ANOVA yöntemini kullandığını ve daha sonra Henderson 'un 1953 'de alt grup sayıları farklı olan deneme düzenleri için de uygun yöntemler geliştirdiğini ancak bundan da sonra geliştirilen ML yönteminin bundan da iyi özelliklere sahip olduğunu belirtmiştir. Ayrıca ML yönteminin iterasyon ile sonuca ulaştığını ve negatif parametre tahmini yapılmadığını belirtmiştir. Bütün istatistiklerin bir fonksiyonu olduğunu, tahminleyicilerin kararlı, yeterli ve asimptotik olarak normal dağılım gösterdiğini belirterek yöntemin algoritmaları üzerinde çalışmıştır. Son olarak ML yönteminin modeldeki sabit etkilerin serbestlik derecesi kaybını dikkate aldığını belirtmiştir.

Varyans unsurları tahmin yöntemlerinin karşılaştırılması ile ilgili temel çalışmalardan biri de Swallow ve Monohan tarafından 1984 'de yapılmış olan çalışmadır. Çalışmada alt grup sayıları farklı tek yönlü bir sınıflama da grup içi ve gruplar arası varyanslar Monte Carlo Simülasyon Tekniği ile elde edilen verilerden tahmin edilmiş ve karşılaştırılmıştır. ANOVA, ML, REML, Minimum Varyanslı Kuadratik Sapmasız Tahmin (MIVQUE(0)) ve MIVQUE(A) yöntemleri karşılaştırılmış ve hata varyansının küçüklüğü kriter olarak alınmıştır. Sonuç olarak  $\sigma_a^2/\sigma_e^2 < 0,5$  olduğunda ML,  $\sigma_a^2/\sigma_e^2 \geq 0,05$  olduğunda REML ve  $\sigma_a^2/\sigma_e^2 \geq 1$  olduğunda MIVQUE yöntemlerinin kullanılmasını tercih edilebileceğini belirtmişlerdir (Swallow ve Monohan 1984).

Henderson (1953) tekerrür sayıları farklı verilerde varyans unsurlarını tahmin eden, kendi ismiyle anılan Henderson I, II, III yöntemlerini geliştirmiştir. Her üç yönteminde ortak özelliği varyans unsurlarının, varyans analizi tablosundan kareler ortalamalarının kendi beklenen değerlerine eşitlenmesi ile elde edilmesidir. Bu yöntemlerin en iyi özelliği sapmasız tahmin vermeleridir. Hatta alt gruplardaki gözlem sayıları eşit olmayan deneme düzenleri için en iyi özellikleri sapmasızlıktır. Henderson I, modelde  $\mu$  dışındaki bütün etkilerin şansa bağlı (rasgele, random) olduğu verilerde kullanılır. Henderson II ve III ise karışık (mixed) modellerde kullanılır. Henderson II, modeldeki sabit (fixed) etkilerin şansa bağlı (rasgele, random) farz edilmesinden kaynaklanan varyans unsurlarındaki sapmayı

elemine eder. Bunun için sabit etkiler bu tahminlere göre düzeltilir ve Henderson I uygulanır. Yani Henderson II sabit etkiler üzerinde düzeltme yaptıktan sonra Henderson I'in uygulanması yöntemidir. Henderson III yöntemi varyans unsurları tahmininde oldukça etkili bir yöntemdir. Bu yöntem sabit ve şansa bağlı etkiler arasında interaksiyonun bulunması durumunda dahi kullanılabilir.

Hartley ve Rao (1967) varyans unsurları tahmininde ML yöntemi simülasyon tekniği ile üretilen verilerde ilk kez kullanılmış ve bu yöntemle varyans unsurlarının negatif bulunmaları engellenmeye çalışılmıştır. Yani  $\sigma_e^2 > 0$  ve  $\sigma_a^2 > 0$  olacak şekilde sınırlandırılmıştır. Çalışmada MIVQUE ve ANOVA yöntemleri ile yapılan tahminlerin dengeli (alt gruplardaki gözlem sayıları (tekerrür) aynı) verilerde aynı olduğu, ancak ML yönteminin farklı sonuçlar verdiği belirtilmiştir. Bunun nedeninin ML yönteminde sabit etkilerden kaynaklanan serbestlik derecesinin göz ardı edilmesinden kaynaklandığıdır. Araştırmada ML yöntemi ile sonuca iterasyon ile ulaşıldığı yani son iki tahmin arasındaki fark belirlenen küçük bir sayıya eşit oluncaya kadar tahmin yapılmaya devam edildiğidir.

Harvey (1970) varyans unsurları tahmininde Henderson III yöntemini kullanmıştır. Kareler ortalamalarının beklenen değerlerinin hesaplanmasında, doğrudan yöntemin uygulanmasını faktör sayısının 2 ve 3 olduğu ve interaksiyonun etkisinin olmadığı karışık modeller için göstermiştir. Ayrıca interaksiyonsuz çift yönlü model için örnek verilmiştir.

Schaeffer (1986) şansa bağlı etkiler için bütün sabit etkilerin elemine edilmesini (homojen, bir örnek) BLUP çözümlerinde kuadratik formlardan faydalanarak hesaplamış ve suni (pseudo) beklenenler çıkarmıştır. Çalışmada suni beklenenler sabitler olarak alınmaktan ziyade gerçek değerlere eşit başlangıç değerleri gibi alınmıştır. Kuadratik formlar karışık model eşitliklerinin tersine (inverse) bağlı olmayan ve daima pozitif tahminler veren REML tahminleyicilerinden farklıdır. Bu yaklaşım diğer yöntemlerin çoğunun üzerinde hesaplama avantajlarını gösterdiğini, teorik olarak bu yöntemin REML ile aynı özelliklere sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Çalışmada eklemeli genetik ilişkileri içeren modeller ve iki rasgele faktör seviyesi arasında kovaryanslı modellere uygulanabilecek bir taslak çıkarılmıştır.

Birey başına tek faktörlü ve tek kayıtlı sınıflandırılmış modelde varyans unsurlarını REML tahmin yöntemi ile türevsiz (derivative-free) algoritmalar kullanmışlardır. Bu algoritmaların matrislerin tersini almaya gerek duymadığını, onun yerine fonksiyonu maksimum yapmak için log likelihood'un varyant kısmını ihtiva eden tek boyutlu (one-dimensional) bir araştırmayı kullanmışlardır. Bu metot da Gauss Eliminasyon Yöntemini

kullanarak katsayı matrisinin tersine ihtiyaç duyulmaksızın gerekli tahminlerin yapılabildiği gösterilmiştir (Graser ve ark. 1986).

Çalışmada Henderson I , Henderson II, Henderson III, ML, MIVQUE (Minimum Varyans Kuadratik Sapmasız Tahminleyici), REML ve MINQUE (Minimum Norm Quadratic sapmasız Tahminleyici) gibi varyans unsurları tahmin yöntemleri dengeli (alt gruplarda eşit sayıda gözlem bulunan) ve dengesiz (alt gruplarda farklı sayıda gözlem bulunan) Monte Carlo Simülasyonu ile üretilen verilerde ayrı ayrı incelenmiştir (Orhan 1997 ).

Japon bildircinlarının, 4. hafta canlı vücut ağırlıkları hesaplanarak babalar arası ve aynı baba ile çiftleşen analar arası varyans unsurları ANOVA, ML, REML ve MIVQUE yöntemleriyle tahmin edilmiş ve kalıtım dereceleri hesaplanmıştır. Baba varyans unsurundan hesaplanan en yüksek kalıtım derecesi dişilerde REML, erkek ve dişi + erkeklerde MIVQUE; ana varyans unsurundan hesaplanan en yüksek kalıtım derecesi her üç cinsiyet grubunda da ML yöntemi ile tahmin edilen varyans unsurlarında bulunmuştur (Özsoy 2000).

Normal dağılım gösteren ve göstermeyen dağılımlarda En Küçük Kareler (EKK) ve Jackknife yöntemleri ile faktöriyel düzende denemelerde varyans unsurları tahmin edilmiş ve güven aralıkları bulunmuştur. Elde edilen deneme sonuçlarına göre Jackknife ile yapılan tahmin ve güven aralıklarının EKK yöntemi ile yapılan tahmin ve güven aralıklarına göre daha dar bir aralıkta olduğu ampirik olarak görülmüştür (Özkaynar 2001).

Baylan (2006) tarafından yapılan çalışmada dengeli verilerde, tek-yönlü rasgele etkili modelde varyans unsurları ANOVA, ML ve REML yöntemleri kullanılarak tahmin edilmiş ve karşılaştırılmıştır. Yapılan çalışmada MINITAB paket programı kullanılarak 1000 tekrarlı simülasyon çalışmaları yapılarak ANOVA, ML ve REML yöntemlerinden elde edilen tahminlerin beklenen değerleri ile standart sapmaları dikkate alınmıştır. Elde edilen sonuçlara göre REML ve ANOVA yöntemlerinin birbirine yakın sonuçlar verdiği ancak ANOVA yönteminin negatif tahminler verdiği gözlemlenmiştir. REML yönteminin negatif tahminler vermemesine karşın ANOVA yöntemi ile elde edilen sonuçlar beklenen değerlere yakın sonuçlar vermiştir. ML yöntemi ile elde edilen tahminlerde ise negatif sonuçlar vermemesine karşın gerçek değerden uzak etken varyansının tahmin sonuçlarına sahiptir. Sonuç olarak ANOVA ve REML yöntemlerinden elde edilen tahminler ML 'ye göre grup sayısından daha çok etkilenmektedir.



### 3. MATERYAL VE METOT

#### 3.1. Materyal

Bu çalışmanın materyalini Z (0,1),  $\chi^2$  (3), t (10) ve  $\beta$  (5,2) populasyonlarından üretilen tesadüf sayıları oluşturmuştur. Tesadüf sayılarının üretilmesinde Fortran Power Station Developer Studio'nun IMSL kütüphanesinden yararlanılmıştır. Bu amaçla IMSL kütüphanesinin RNNOA, RNSTT, RNCHI, RNBET fonksiyonları kullanılmıştır. Çalışmada FORTRAN programlama diliyle yazılan programlarda; farklı varyans ve dağılımlara sahip populasyonlardan, farklı örnek genişliklerinde rasgele örnekler alınarak gruplar oluşturulmuş ve varyans unsurları tahmin edilmiştir. Varyans unsurları tahmin edilirken; Varyans Analizi Tekniği (ANOVA), En İyi Olabilirlik (Maximum Likelihood) ve Kısıtlanmış En İyi Olabilirlik (Restricted Maximum Likelihood) yöntemleri kullanılmıştır. Gözlem sayıları eşit (n = 5, 10, 20, 30, 40, 50), farklı grup sayılarında (k =3, 4, 10), değişik dağılımlardan ( Z (0,1), t (10),  $\beta$  (5,2),  $\chi^2$  (3)) ve varyans oranları 3 grup;  $\sigma^2=1:1:1$ , 1:1:5, 1:1:10; 4 grup;  $\sigma^2= 1:1:1:1$ , 1:1:1:5, 1:1:1:10, 10 grup;  $\sigma^2=1:1:1:1:1:1:1:1:1$ , 1:1:1:1:1:1:1:1:5, 1:1:1:1:1:1:1:1:10 olan muhtelif kombinasyonlarda rakamlar üretilmiştir. Üretilen rakamlar ANOVA, ML ve REML yöntemleri kullanılarak gruplar arası varyanslar ( $\sigma_a^2$ ) tahmin edilmiş, her bir kombinasyon için tahmin edilen elde edilen varyans unsurlarına ( $\sigma_a^2$ ) ilişkin güven aralığı hesaplanmış ve tahmin edilen varyans unsurunun söz konusu güven aralığının sınırları içerisinde olup olmadığına bakılarak I. tip hata olasılığı ( $\alpha$ ) ampirik olarak elde edilmiştir. (1) numaralı eşitlikte  $\sigma_a^2$  'ya ilişkin güven aralığının nasıl hesaplandığı gösterilmeye çalışılmıştır. Çizelge 3.1'de grup sayıları (k), gözlem sayıları (n), ilgili dağılımlar ( $\sigma^2$ ) ve deneme sayısı gösterilmiştir.

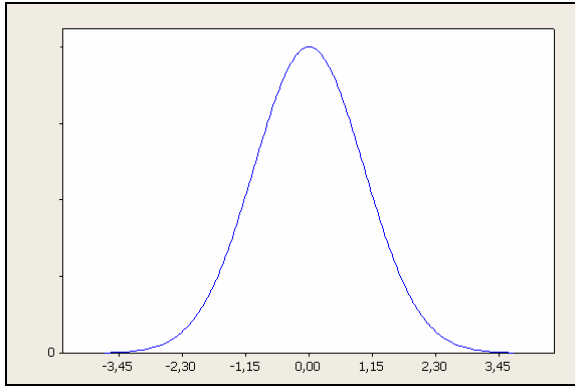
Çizelge 3.1. Çalışmada Kullanılan Dağılımlar, Grup Sayısı, Gözlem Sayısı, Varyans Oranları ve Deneme Sayısı

Dağılımlar	Grup Sayısı (k)	Gözlem Sayısı (n)	Varyans Oranları( $\sigma^2$ )
Standart Normal Dağılım	3	5	3 grup için; $\sigma^2=1:1:1$ , 1:1:5, 1:1:10;
t dağılımı		10	
Beta Dağılımı ( $\beta$ )	4	20	4 grup için; $\sigma^2= 1:1:1:1$ , 1:1:1:5, 1:1:1:10, 10 grup için; $\sigma^2=1:1:1:1:1:1:1:1:1$ , 1:1:1:1:1:1:1:1:5, 1:1:1:1:1:1:1:1:10
Ki-Kare Dağılımı ( $\chi^2$ )	10	30	
		40	
		50	

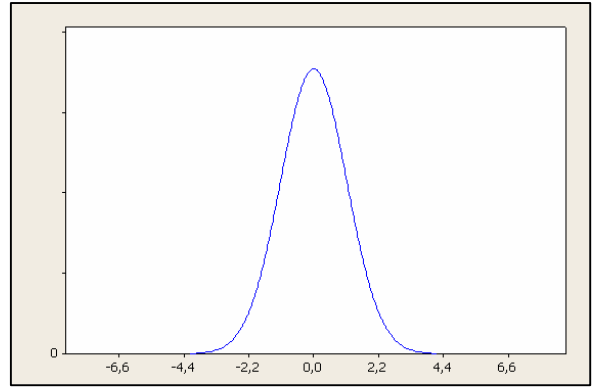
$\sigma_a^2$  'ya ilişkin güven aralığı (1) numaralı eşitlikte verilmiştir (Sahai ve Agel 2000).

$$P\left[ \frac{(k-1)GAKO}{n\chi^2(k-1,1-k/2)} \left( \frac{1-F(k-1,k(n-1);1-k/2)}{F} \right) \leq \sigma_a^2 \leq \frac{(k-1)GAKO}{n\chi^2(k-1,1-k/2)} \left( \frac{1-F(k-1,k(n-1);1-k/2)}{F} \right) \right] = 1-\alpha \quad (1)$$

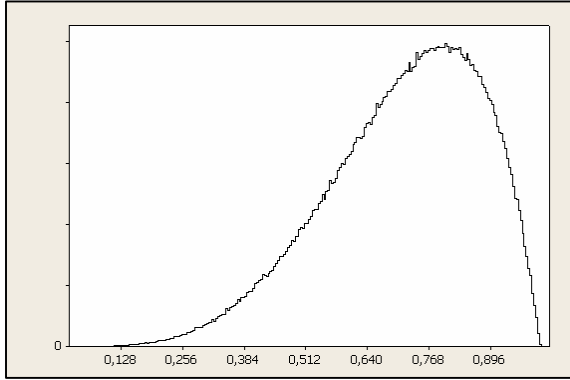
Çalışmada Z (0,1), t (10) ve normal dağılım göstermeyen ( $\beta(5,2)$ ,  $\chi^2(3)$ ) populasyonlardan örnekler alınarak hem varyans analizi tekniğinin ön şartlarının sağlandığı hem de sağlanmadığı durumlarda varyans unsurları tahmin edilmiştir. Bu dağılımların şekilleri Şekil 3.1.-3.4.'de gösterilmiştir.



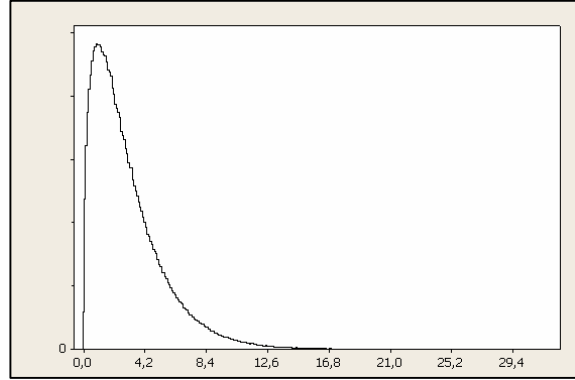
Şekil.3.1. Standart Normal Dağılım (Z (0, 1))



Şekil 3.2. t Dağılımı (t (10))



Şekil 3.3. Beta dağılımı ( $\beta(5, 2)$ )



Şekil 3.4. Ki-kare dağılımı ( $\chi^2(3)$ )

İlgili parametrelere göre üretilen farklı dağılımlara ait tesadüf sayıları  $X_i = \frac{y_i - \mu_y}{\sigma_y}$

şeklinde standardize edilerek, ortalamalarının sıfır (0) ve varyanslarının da bir (1) olması sağlanmıştır.

## 3.2. Metot

### 3.2.1 Varyans Analizi Tekniği ve Varyans Unsurları Tahmin Yöntemleri

Varyans unsurlarının tahmin edilmesi, toplam varyasyonda herhangi bir varyasyon kaynağının etkisini bilme açısından önemlidir. Varyans analizi tekniği grup ortalamalarının karşılaştırılması imkânını verdiği gibi varyans unsurlarını tahmin etme imkânı da vermektedir.

#### 3.2.1.1. Varyans Analizi Tekniği (ANOVA)ve I. Tip Hata Olasılığı( $\alpha$ )

Bilindiği üzere varyans analizi tekniğinden beklenen yararların sağlanabilmesi elde edilen verilerde normallik ve varyansların homojenliği gibi ön Şartların yerine getirilmesine bağlıdır (Mendeş 2002, Kesici ve Kocabaş 2007).

Bu ön Őartlar yerine getirilmediğinde deneme başında kararlaştırılan I. tip hata deneme sonunda aynı düzeyde korunmayacaktır (Mendeř 2002). Bilindiđi üzere I. tip hata; gerçekte kontrol hipotezi ( $H_0$ ) doğru olduğu halde reddediğinde içine içine dūřülen yanılığı payıdır ve  $\alpha$  ile gōsterilir.

Varyans unsurlarının tahminleri, varyans analizi tablosundaki kareler ortalamalarının beklenen değerine eşitlenerek oluşturulan denklemin ōzölmesiyle elde edilir. Bu tahminlerin hesaplanmasındaki kolaylık, bu yöntemin en iyi yōntüdür

Tek faktörlü rasgele model kullanılması durumunda varyans unsurları tahminleri gōsterilmeye çalışılacaktır.

Uygun model;

$$y_{ij} = \mu + A_i + e_{ij} \quad (2)$$

( $i = 1, 2 \dots, k$ ;  $j = 1, 2 \dots, n$ )

Modelde;

$y_{ij}$  : i. gruptaki j. gözlemin değeri

$\mu$  : Genel ortalama

$A_i$  : A faktörünün i. seviyesinin etkisi,  $A_i \sim N(0, \sigma_a^2)$

$e_{ij}$  : Hata terimi,  $e_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$

(2) numaralı model, herhangi bir faktör seviyesindeki örnek ve herhangi bir  $y_{ij}$  ünitesine indirgenip tekrar yazılacak olursa;

$$y_{ij} = \bar{y} + A_i + e_{ij} \quad (3)$$

olur.

(3) numaralı modelin gruplar içi varyans unsuru bulmak için Gruplar İçi Kareler Ortalamasının (GİKO) beklenen değeri alınır.

$$E(GİKO) = \frac{\sum_{j=1}^n (n_i - 1) \cdot E(S_i^2)}{n(k-1)} = \frac{\sum_{j=1}^n (n_i - 1) \sigma^2}{n(k-1)} = \sigma_e^2$$

Burada, örnek varyansı populasyon varyansının yansız bir tahmin edicisi olduğundan

$$E(S_i^2) = \sigma^2 \text{ olur.}$$

(3) numaralı modelin gruplar arası varyans unsuru ise Gruplar Arası Kareler Ortalamasının (GAKO) beklenen değerinden yararlanarak,

$$E \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - a_{..})^2}{k-1} \right] = \sigma_a^2$$

$$E \left[ \sum_{i=1}^k (a_i - a_{..})^2 \right] = (k-1) \sigma_a^2 \quad \text{olarak ifade edilir.}$$

Modelde tümü yerine konacak olursa,

$$\sum_{i=1}^k (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^k (\bar{a}_i - \bar{a}_{..})^2 + \sum_{i=1}^k (\bar{e}_i - \bar{e}_{..})^2 + 2 \sum_{i=1}^k (\bar{a}_i - \bar{a}_{..})(\bar{e}_i - \bar{e}_{..}) \quad (4)$$

eşitliğin sağ tarafındaki üçüncü terim  $\text{Cov}(a_i, e_{ij}) = 0$  olarak varsayıldığından sıfırdır.

Böylece;

$$E \left[ \frac{n \sum_{i=1}^k (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2}{k-1} \right] = \left[ \frac{n}{k-1} \right] \left[ (k-1) \sigma_a^2 + \frac{k-1}{n} \sigma^2 \right] = n \sigma_a^2 + \sigma_e^2 \text{ olur.}$$

Çizelge 3.3.'te gruplar arası kareler ortalaması ile gruplar içi kareler ortalaması ve bunların beklenen değerleri verilmiştir. Varyans unsurlarının tahminin de ise ilgili kareler ortalamalarının beklenen değerlerine eşitlenmesi ile varyans unsurları tahmin edilebilmektedir.

Çizelge 3.2. Varyans analizi tablosu (Peng 1967)

Varyasyon kaynağı (V.K.)	Serbestlik derecesi (S.D.)	Kareler Ortalamaları (KO)	Kareler Ortalamalarının Beklenen Değerleri (E [KO])
Grup	(k-1)	$GAKO = \frac{n \sum_{i=1}^k (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2}{k-1}$	$\sigma_e^2 + n\sigma_a^2$
Hata	k(n-1)	$GIKO = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{k(n-1)}$	$\sigma_e^2$

Çizelge 3.3.'teki varyans analizi tablosundan yararlanılarak hesaplanan gruplar arası ve gruplar içine (hata) ilişkin varyans unsurları tahminleri, (5) ve (6) nolu eşitliklerde verilmiştir.

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{GAKO - GIKO}{n} \quad (5)$$

$$\hat{\sigma}_e^2 = GIKO \quad (6)$$

### 3.2.1.2. En İyi Olabilirlik (Maximum Likelihood, ML)Yöntemi

Bu yöntem, varyans unsurları tahmininde ilk olarak Hartley ve Rao (1967) tarafından kullanılmıştır. Daha sonra Harville (1975) tarafından geliştirilmiştir. Sapmalı tahminler verir ve alt grup sayıları farklı deneme düzenlerinde çözümleri iterasyon yoluyla yapılabilir. Temel olarak normallik varsayımına dayanır.

$\mu_i$  ve  $\sigma^2$  parametreleri en iyi olabilirlik yöntemi (ML) kullanılarak tahmin edilebilir. Normallik varsayımı altında N gözlem değeri içeren veri kümesi için parametrelerinin olabilirlik fonksiyonu (7) numaralı eşitlikte verilmiştir.

$$L(\mu_i, \sigma^2, |y) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^N} e^{-\sum_i \sum_j (y_{ij} - \mu_i)^2 / 2\sigma^2} \quad (7)$$

En iyi olabilirlik fonksiyonunun logaritması (8) numaralı eşitlikte verilmiştir;

$$\log L(\mu_i, \sigma^2 |y) = -\frac{N}{2} \log(\sigma^2) - \frac{N}{2} \log(2\pi) - \frac{\sum_i \sum_j (y_{ij} - \mu_i)^2}{2\sigma^2} \quad (8)$$

(8) numaralı eşitlikteki en iyi olabilirlik fonksiyonunun logaritmasını maksimum yapacak şekilde seçilen tahminlerin kümesi en iyi olabilirlik (Maximum Likelihood) tahminleri olarak adlandırılır.

$$\frac{\delta \log L(\mu_i, \sigma^2 |y)}{\delta \mu_i} = -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_j (y_{ij} - \mu_i)(-2) \quad (9)$$

$$\frac{\delta \log L(\mu_i, \sigma^2 |y)}{\delta \sigma^2} = -\frac{N}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} \sum_i \sum_j (y_{ij} - \mu_i)^2 \quad (10)$$

(9) ve (10) numaralı eşitliklerde  $\mu_i$  ve  $\sigma^2$  göre kısmi türevler alınıp sıfıra eşitlenerek

$\hat{\mu}_i$  ve  $\hat{\sigma}_{ML}^2$  tahminleri bulunur.

$$\hat{\mu}_i = \bar{y}_i \quad (11)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (12)$$

ML ye göre varyansın tahmini (12) yansız değildir. Tahmini  $N / (N-k)$  ile çarparsak yansız olur (Kaps ve Lamberson 2004).

Yöntem; rasgele model kullanılması durumunda, matematik model;

$$y_{ij} = \mu + A_i + e_{ij}$$

$$(i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, n)$$

$y_{ij}$  : i. gruptaki j. gözlemin değeri.

$\mu$  : Genel ortalama

$A_i$  : A faktörünün i. seviyesinin etkisi,

$e_{ij}$  : Hata terimi,

Normallik varsayımı altında N gözlem değeri içeren veri kümesi için parametrelerinin olasılık fonksiyonu;

$$L(\mu, \sigma^2, \sigma_a^2 | y) \quad (13)$$

(7) numaralı olasılık fonksiyonunun normallik varsayımı altında, rasgele tek yönlü model için logaritması;

$$\begin{aligned} \log L(\mu, \sigma^2, \sigma_a^2 | y) = & -\frac{N}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_i \log(\sigma^2 + n_i \sigma_a^2) - \frac{(N-k)}{2} \log(\sigma^2) - \\ & - \frac{\sum_i \sum_j (y_{ij} - \mu)^2}{2\sigma^2} - \frac{\sigma_a^2}{2\sigma^2} \sum_i \frac{(\sum_j y_{ij} - n_i \mu)^2}{\sigma^2 + n_i \sigma_a^2} \end{aligned} \quad (14)$$

(14) numaralı eşitlikte fonksiyonun  $\mu$ ,  $\sigma^2$  ve  $\sigma_a^2$  göre kısmi türevleri alınıp sıfıra eşitlenmesiyle parametreler en iyi olasılıkla tahmin edilmiş olacaktır. Ara işlemler tamamlandığında tahminlerimiz;

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{..} \quad (15)$$

$$\hat{\sigma}_{ML}^2 = \frac{\sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2}{kn - k} = \frac{GKT}{N - k} \quad (16)$$

$$\hat{\sigma}_{A\_ML}^2 = \frac{\sum_i n(y_i - \bar{y}_{..})^2}{n} - \hat{\sigma}_{ML}^2 = \frac{GAKT}{n} - \frac{GİKO}{n} \quad (17)$$

(15) numaralı eşitlik  $\mu$  nün tahmini, (16) ve (17) numaralı eşitlikler ise ML ye göre varyans unsurlarıdır.

### 3.2.1.3. Kısıtlanmış En İyi Olabilirlik (Restricted Maximum Likelihood, REML) Yöntemi

Patterson ve Thompson (1974) tarafından geliştirilen bu yöntem, yine bu araştırmacılar tarafından alt grup sayıları farklı verilerde varyans unsuru tahmin edilmesinde kullanılmıştır (Özsoy 2000). Alt grup sayıları aynı olan denemelerde kısıtlanmış olabilirlikle ANOVA tahminleri aynıdır. ML ile REML arasındaki fark ise, REML'nin serbestlik derecesini göz önünde bulunduruyor olmasıdır (18 ve 19 nolu eşitlikler).

$$\hat{\sigma}_{REML}^2 = \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}{n-1} \quad (18)$$

$$\hat{\sigma}_{ML}^2 = \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}{n} \quad (19)$$

REML tahminlerinde  $\mu$  tahmin etmek için serbestlik derecesi göz önünde bulundurulur (18).

$$\sum_i n(\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2 \quad (20)$$

$$\sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (21)$$

Tek yönlü rasgele model ve dengeli verilerde REML olabilirlik fonksiyonunun  $\mu$  yü içermeyen kısmını maksimize eder.  $\sigma^2$  ve  $\sigma_a^2$  olabilirlik fonksiyonunda sırasıyla (20) ve (21) numaralı eşitliklerdeki gibi gösterilir. Bu durumda olabilirlik fonksiyonu (22) numaralı eşitlikteki gibidir.

$$L \left[ \sigma^2, \sigma_a^2 \left| \sum_i n(\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2, \sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 > 0 \right. \right] = \frac{e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{\sigma^2} + \frac{\sum_i n(\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2}{(\sigma^2 + \sigma_a^2)} \right)}}{\sqrt{(2\pi)^{(kn-1)} \sigma_x^{2(kn-k)} (\sigma^2 + n\sigma_a^2)^{k-1} kn}} \quad (22)$$

Olabilirlik fonksiyonunun logaritması alınıp parametrelere göre kısmi türevleri alındığında REML'ye göre varyans unsuru tahminlerimiz (23) ve (24) numaralı eşitliklerdeki gibi olduğu bildirilmiştir (Kaps ve Lamberson 2004).



$$\hat{\sigma}_{REML}^2 = \frac{\sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2}{kn - k} \quad (23)$$

$$\hat{\sigma}_{A\_REML}^2 = \frac{\left( \frac{\sum_i n(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2}{k - 1} - \hat{\sigma} \right)}{n} \quad (24)$$

(23) numaralı eşitlikte hataya ilişkin varyans unsuru ve (24) numaralı eşitlikte ise gruplar arasına ilişkin varyans unsuru gösterilmiştir.

Bazı durumlarda (hayvan ıslahı gibi) varyans unsurlarının tahmini, diğer parametrelerin tahmininden daha önemlidir. Bu tür durumlarda sabit etkiler ihtiyaç duyulmayabilir. Bu nedenle bu tür durumlarda sabit etkilerden arındırılmış ve varyans unsurlarının tahmini üzerine yoğunlaşmış bir yönteme ihtiyaç duyulur. Patterson ve Thompson 1971'de, kısıtlanmış en çok olabilirlik yöntemini önermişlerdir. Bu yönteme göre veriler sabit etkiye göre değişmeyecek şekilde dönüştürülmüştür.

ML'de olduğu gibi sapmalı tahminler verir ve çözümleri iterasyon yoluyla yapılabilir. Temel olarak normallik varsayımına dayanır.

Ayrıca en çok olabilirlik eşitlikleri hesaplamalarda serbestlik derecesini göz önüne almaz. Bu nedenle yanlış ve en küçük varyansa sahip olmayan tahminler elde edilir. En çok olabilirlik tahminlerinin yanlış olma durumu, sınırlandırılmış en çok olabilirlik yöntemi ile ortadan kaldırılmaya çalışılmıştır. Ancak parametre tahminlerinde yanlışlığın her zaman ortadan kaldırılmadığı görülmüştür. Bunun dışında sınırlandırılmış en çok olabilirlik yöntemi ile elde edilen varyans tahminlerinin negatif olabilme durumu ortadan kaldırılmıştır. Dengeli ve büyük veri kümelerinde, en çok olabilirlik yerine sınırlandırılmış en çok olabilirlik tercih edilir, çünkü sınırlandırılmış en çok olabilirlik tahminleri ANOVA tahminleri ile benzer özellikler gösteren tahminlerdir.

#### 4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Bu çalışmada varyans unsurları ANOVA, ML ve REML yöntemlerine göre tahmin edilmiştir. Microsoft Developer Studio 'da FORTRAN 90 programlama dilinde yazılan programlar her bir faktör seviyesi, gözlem sayısı (tekerrür), dağılım ve varyans kombinasyonunda 100000 kere çalıştırılmıştır. Böylece her 100000 deneme için ANOVA, ML ve REML yöntemlerine göre varyans unsurları tahmin edilmiş ve oluşturulan güven aralığı sınırları içerisine düşmeyenler saydırılıp deneme sayısına (100000) oranlanarak her yöntem için ampirik olarak I. tip hata olasılıkları hesaplanmaya çalışılmıştır. I. tip hata olasılıkları hem varyans analizi tekniğinin ön şartları yerine getirildiği hem de getirilmediği durumlarda hesaplanmış ve Çizelge 4.1. - Çizelge 4.4. her bir dağılım için ayrı ayrı verilmiştir.

Çizelge 4.1. Standart normal dağılımdan üretilen deneme sonuçlarından elde edilen varyans unsuru tahminlerinin I. tip hata olasılıkları

Z (0,1)		k								
		3			4			10		
n	$\sigma^2$	ANOVA	ML	REML	ANOVA	ML	REML	ANOVA	ML	REML
5	1:1:1	0.023	0.024	0.048	0.029	0.071	0.049	0.048	0.048	0.049
	1:1:5	0.040	0.041	0.072	0.053	0.115	0.083	0.094	0.095	0.095
	1:1:10	0.053	0.053	0.091	0.077	0.164	0.116	0.163	0.165	0.165
10	1:1:1	0.025	0.024	0.048	0.043	0.056	0.050	0.049	0.049	0.050
	1:1:5	0.039	0.039	0.069	0.069	0.090	0.079	0.095	0.093	0.096
	1:1:10	0.048	0.049	0.084	0.097	0.128	0.111	0.161	0.160	0.162
20	1:1:1	0.037	0.038	0.049	0.047	0.051	0.049	0.049	0.049	0.050
	1:1:5	0.053	0.053	0.069	0.073	0.083	0.078	0.093	0.095	0.094
	1:1:10	0.066	0.064	0.083	0.104	0.113	0.108	0.160	0.161	0.158
30	1:1:1	0.041	0.042	0.049	0.049	0.050	0.050	0.051	0.050	0.049
	1:1:5	0.058	0.057	0.067	0.074	0.080	0.078	0.092	0.093	0.093
	1:1:10	0.073	0.074	0.081	0.105	0.111	0.106	0.158	0.159	0.158
40	1:1:1	0.045	0.044	0.048	0.049	0.050	0.050	0.050	0.049	0.050
	1:1:5	0.060	0.062	0.067	0.075	0.079	0.076	0.093	0.094	0.094
	1:1:10	0.074	0.075	0.082	0.104	0.109	0.106	0.157	0.155	0.155
50	1:1:1	0.045	0.044	0.050	0.049	0.050	0.049	0.050	0.050	0.049
	1:1:5	0.062	0.064	0.067	0.077	0.080	0.076	0.094	0.094	0.092
	1:1:10	0.075	0.075	0.081	0.105	0.109	0.106	0.156	0.158	0.155

Çizelge 4.1'de standart normal dağılımdan (Z) alınan örneklerden hesaplanan varyans unsurlarına ilişkin I. tip hata olasılıkları gösterilmektedir. Varyanslar homojen iken (1:1:1) örnek genişliği arttıkça her üç yöntemde de I. tip hata olasılıkları 0.05 'e yakın

çıkılmaktadır. Ayrıca ANOVA ve ML 'ye ilişkin I. tip hata olasılıkları birbirine oldukça yakın bulunurken REML yöntemi ile yapılan tahminlerin I. tip hata olasılıkları diğer yöntemlerden farklı bulunmuştur. Mesela örnek genişliği 5, grup sayısı 3 ve varyans oranları (1:1:1) iken bulunan I. tip hata olasılıkları, ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.023, 0.024 ve 0.048 iken örnek genişliğinin 50 olduğu durumda 0.045, 0.044 ve 0.050 olarak bulunmuştur. Grup varyanslarının homojenliğinin, 10 grup için (1:1:.....:10) şeklinde bozulduğu ve örnek genişliğinin ise 5 olduğu durumda I. tip hata olasılığı artmakta ve ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.163, 0.1645, 0.165 değerlerini aldığı görülmektedir. Örnek genişliği 50 olduğunda I. tip hata olasılıkları 0.156, 0.158 ve 0.155 olarak gözlemlenmiştir.

Bütün yöntemler bakımından gerçekleşen I. tip hata olasılıkları varyansların heterojenleşmesinden olumsuz yönde etkilenmiştir. Bu olumsuz etki varyans oranlarının 1:1:10 olması durumunda daha da belirginleşmektedir.

Çizelge 4.2. t dağılımından üretilen deneme sonuçlarından elde edilen varyans unsuru tahminlerinin I. tip hata olasılıkları

t (10)		k								
		3			4			10		
n	$\sigma^2$	ANOVA	ML	REML	ANOVA	ML	REML	ANOVA	ML	REML
5	1:1:1	0.023	0.022	0.046	0.027	0.071	0.046	0.047	0.048	0.047
	1:1:5	0.040	0.036	0.068	0.048	0.114	0.074	0.087	0.091	0.090
	1:1:10	0.053	0.048	0.086	0.072	0.159	0.107	0.155	0.156	0.159
10	1:1:1	0.025	0.024	0.047	0.041	0.055	0.048	0.049	0.048	0.048
	1:1:5	0.038	0.037	0.067	0.068	0.087	0.077	0.093	0.092	0.093
	1:1:10	0.049	0.048	0.083	0.093	0.123	0.105	0.156	0.157	0.159
20	1:1:1	0.037	0.036	0.048	0.047	0.052	0.048	0.050	0.049	0.048
	1:1:5	0.052	0.054	0.068	0.075	0.080	0.077	0.094	0.093	0.093
	1:1:10	0.066	0.066	0.082	0.101	0.113	0.107	0.157	0.158	0.157
30	1:1:1	0.040	0.043	0.049	0.047	0.051	0.049	0.049	0.049	0.049
	1:1:5	0.058	0.055	0.067	0.077	0.080	0.077	0.093	0.093	0.092
	1:1:10	0.071	0.069	0.081	0.102	0.109	0.106	0.157	0.159	0.155
40	1:1:1	0.044	0.044	0.050	0.049	0.051	0.049	0.050	0.048	0.049
	1:1:5	0.060	0.056	0.067	0.076	0.081	0.078	0.092	0.094	0.094
	1:1:10	0.074	0.070	0.080	0.103	0.108	0.107	0.156	0.154	0.156
50	1:1:1	0.046	0.045	0.049	0.048	0.050	0.049	0.049	0.049	0.049
	1:1:5	0.062	0.055	0.067	0.077	0.078	0.077	0.093	0.092	0.092
	1:1:10	0.076	0.071	0.081	0.104	0.108	0.105	0.158	0.155	0.156

Söz konusu örneklerin 10 SD'li t-dağılımı gösteren populasyondan alınmaları durumunda gerçekleşen I. tip hata olasılıkları Çizelge 4.2. de verilmiştir. Varyanslar homojen iken (1:1:1) örnek genişliği arttıkça her üç yöntemde de I. tip hata olasılıkları 0.05 'e yakın çıkmaktadır. Ayrıca ANOVA ve ML 'ye ilişkin I. tip hata olasılıkları birbirine oldukça yakın bulunurken REML yöntemi ile yapılan tahminlerin I. tip hata olasılıkları diğer yöntemlerden farklıdır. Mesela örnek genişliği 5, grup sayısı 3 ve varyans oranları (1:1:1) iken bulunan I. tip hata olasılıkları, ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.023, 0.022 ve 0.046 iken örnek genişliğinin 50 olduğu durumda 0.046, 0.045 ve 0.049 olarak bulunmuştur. Grup varyanslarının homojenliğinin, 3 grup için (1:1:10) şeklinde bozulduğu ve örnek genişliğinin ise 5 olduğu durumda I. tip hata olasılığı artmakta ve ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.078, 0.078, 0.111 değerlerini aldığı görülmektedir.

Örnek genişliği 5, grup sayısı 4 ve varyans oranları (1:1:1:1) iken bulunan I. tip hata olasılıkları, ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.026, 0.071 ve 0.048 iken örnek genişliğinin 50 olduğu durumda 0.048, 0.049 ve 0.048 olarak bulunmuştur. Grup varyanslarının homojenliğinin, 4 grup için (1:1:1:5) şeklinde bozulduğu ve örnek genişliğinin ise 5 olduğu durumda I. tip hata olasılığı artmakta ve ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.059, 0.120, 0.083 değerlerini aldığı görülmektedir. Grup varyanslarının homojenliğinin, 4 grup için (1:1:1:10) şeklinde bozulduğu ve örnek genişliğinin ise 5 olduğu durumda I. tip hata olasılığı artmakta ve ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.096, 0.178, 0.129 değerlerini aldığı görülmektedir.

Örnek genişliği 5, grup sayısı 10 ve varyans oranları (1:1:.....:1) iken bulunan I. tip hata olasılıkları, ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.041, 0.042 ve 0.043 iken örnek genişliğinin 50 olduğu durumda 0.049, 0.049 ve 0.049 olarak bulunmuştur. Grup varyanslarının homojenliğinin, 10 grup için (1:1:.....:5) şeklinde bozulduğu ve örnek genişliğinin ise 5 olduğu durumda I. tip hata olasılığı artmakta ve ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.083, 0.085, 0.086 değerlerini aldığı görülmektedir. Grup varyanslarının homojenliğinin, 10 grup için (1:1:.....:10) şeklinde bozulduğu ve örnek genişliğinin ise 5 olduğu durumda I. tip hata olasılığı artmakta ve ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.162, 0.164, 0.164 değerlerini aldığı görülmektedir.

t dağılımdan alınan örneklerden; ANOVA, ML ve REML yöntemleriyle hesaplanan varyans unsurlarının I. tip hata olasılıkları genel olarak varyans analizi tekniğinin

homojenlik ön şartı yerine getirilmediğinde artmaktadır. Ayrıca örnek genişliği arttıkça da 0.05 'e yaklaşmaktadır.

Çizelge 4.3. Ki-kare dağılımından üretilen deneme sonuçlarından elde edilen varyans unsuru tahminleri

$\chi^2(3)$		k								
		3			4			10		
n	$\sigma^2$	ANOVA	ML	REML	ANOVA	ML	REML	ANOVA	ML	REML
5	1:1:1	0.020	0.019	0.041	0.026	0.071	0.048	0.041	0.042	0.043
	1:1:5	0.050	0.051	0.076	0.059	0.120	0.083	0.083	0.085	0.086
	1:1:10	0.078	0.078	0.111	0.096	0.178	0.129	0.162	0.164	0.164
10	1:1:1	0.020	0.020	0.043	0.037	0.052	0.044	0.045	0.046	0.045
	1:1:5	0.048	0.049	0.077	0.078	0.095	0.084	0.090	0.091	0.092
	1:1:10	0.068	0.070	0.103	0.111	0.138	0.124	0.165	0.167	0.166
20	1:1:1	0.034	0.035	0.046	0.045	0.049	0.046	0.047	0.047	0.046
	1:1:5	0.060	0.062	0.074	0.080	0.086	0.084	0.092	0.094	0.095
	1:1:10	0.079	0.077	0.096	0.112	0.124	0.117	0.165	0.165	0.164
30	1:1:1	0.039	0.040	0.047	0.045	0.048	0.046	0.047	0.049	0.048
	1:1:5	0.065	0.063	0.072	0.078	0.085	0.083	0.095	0.094	0.094
	1:1:10	0.080	0.080	0.092	0.112	0.118	0.113	0.159	0.159	0.161
40	1:1:1	0.43	0.044	0.048	0.049	0.048	0.046	0.049	0.048	0.049
	1:1:5	0.065	0.064	0.069	0.078	0.082	0.081	0.094	0.093	0.094
	1:1:10	0.081	0.081	0.090	0.111	0.116	0.113	0.159	0.160	0.161
50	1:1:1	0.045	0.045	0.049	0.048	0.049	0.048	0.049	0.049	0.049
	1:1:5	0.066	0.064	0.070	0.079	0.080	0.080	0.094	0.094	0.094
	1:1:10	0.081	0.081	0.088	0.109	0.115	0.112	0.157	0.159	0.158

Ki-kare dağılımdan ( $\chi^2(3)$ ) alınan örneklerden hesaplanan varyans unsurlarına ilişkin I. tip hata olasılıkları Çizelge 4.3'de verilmiştir. ANOVA ve ML 'ye ilişkin I. tip hata olasılıkları birbirine oldukça yakın bulunurken REML yöntemi ile yapılan tahminlerin I. tip hata olasılıkları diğer yöntemlerden az da olsa farklıdır. Örneğin örnek genişliği 5, grup sayısı 3 ve varyans oranları (1:1:1) iken bulunan I. tip hata olasılıkları, ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.020, 0.019 ve 0.041 olarak bulunmuştur. Örnek genişliğinin 50 olduğu durumda ise 0.045, 0.045 ve 0.049 olarak bulunmuştur. Grup varyanslarının homojenliğinin, 10 grup için (1:1:.....:10) şeklinde bozulduğu ve örnek genişliğinin ise 5 olduğu durumda I. tip hata olasılığı artmakta ve ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.162, 0.164, 0.164 değerlerini aldığı görülmektedir.

Ki-kare dağılımdan ( $\chi^2$ ) alınan örneklerden; ANOVA, ML ve REML yöntemleriyle hesaplanan varyans unsurlarının I. tip hata olasılıkları genel olarak varyans analizi

teknikinin homojenlik ve dağılım ön şartları yerine getirilmediği için artmaktadır. Ayrıca örnek genişliği arttıkça da 0.05 'e yaklaşmaktadır.

Çizelge 4.4. Beta dağılımdan üretilen deneme sonuçlarından elde edilen varyans unsuru tahminleri

$\beta (5,2)$		k								
		3			4			10		
n	$\sigma^2$	ANOVA	ML	REML	ANOVA	ML	REML	ANOVA	ML	REML
5	1:1:1	0.025	0.024	0.048	0.030	0.072	0.049	0.047	0.050	0.049
	1:1:5	0.047	0.048	0.077	0.060	0.119	0.087	0.096	0.098	0.099
	1:1:10	0.066	0.065	0.103	0.088	0.175	0.125	0.172	0.175	0.177
10	1:1:1	0.025	0.024	0.048	0.042	0.056	0.049	0.049	0.049	0.049
	1:1:5	0.044	0.042	0.074	0.074	0.093	0.084	0.096	0.096	0.098
	1:1:10	0.056	0.055	0.092	0.105	0.136	0.118	0.165	0.166	0.167
20	1:1:1	0.038	0.043	0.049	0.047	0.052	0.048	0.049	0.049	0.049
	1:1:5	0.056	0.055	0.071	0.077	0.086	0.080	0.094	0.096	0.095
	1:1:10	0.068	0.068	0.089	0.105	0.117	0.109	0.163	0.160	0.161
30	1:1:1	0.043	0.043	0.050	0.048	0.050	0.051	0.049	0.050	0.048
	1:1:5	0.061	0.067	0.069	0.077	0.083	0.081	0.094	0.095	0.095
	1:1:10	0.072	0.077	0.086	0.106	0.113	0.109	0.159	0.159	0.161
40	1:1:1	0.045	0.045	0.049	0.048	0.051	0.049	0.050	0.048	0.049
	1:1:5	0.062	0.064	0.069	0.077	0.080	0.079	0.094	0.094	0.094
	1:1:10	0.078	0.075	0.084	0.105	0.109	0.109	0.157	0.160	0.160
50	1:1:1	0.045	0.046	0.049	0.048	0.050	0.050	0.050	0.049	0.050
	1:1:5	0.063	0.063	0.068	0.078	0.080	0.080	0.094	0.094	0.094
	1:1:10	0.077	0.076	0.082	0.105	0.108	0.111	0.158	0.156	0.158

Çizelge 4.4'de beta dağılımdan ( $\beta$ ) alınan örneklerden hesaplanan varyans unsurlarına ilişkin I. tip hata olasılıkları gösterilmektedir. Varyanslar homojen iken (1:1:1) örnek genişliği arttıkça her üç yöntemde de I. tip hata olasılıkları 0.05 'e yakın çıkmaktadır. Ayrıca ANOVA ve ML 'ye ilişkin I. tip hata olasılıkları birbirine oldukça yakın bulunurken REML yöntemi ile yapılan tahminlerin I. tip hata olasılıkları diğer yöntemlerden farklıdır. Mesela örnek genişli 5, grup sayısı 3 ve varyans oranları (1:1:1) iken bulunan I. tip hata olasılıkları, ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.025, 0.024 ve 0.048 iken örnek genişliğinin 50 olduğu durumda 0.045, 0.046 ve 0.049 olarak bulunmuştur. Grup varyanslarının homojenliğinin, 3 grup için (1:1:10) şeklinde bozulduğu ve örnek genişliğinin ise 5 olduğu durumda I. tip hata olasılığı artmakta ve ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.066, 0.065, 0.103 değerlerini aldığı görülmektedir.

Örnek genişliği 5, grup sayısı 4 ve varyans oranları (1:1:1:1) iken bulunan I. tip hata olasılıkları, ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.030, 0.072 ve 0.049 iken örnek genişliğinin 50 olduğu durumda 0.048, 0.050 ve 0.050 olarak bulunmuştur. Grup varyanslarının homojenliğinin, 4 grup için (1:1:1:5) şeklinde bozulduğu ve örnek genişliğinin ise 5 olduğu durumda I. tip hata olasılığı artmakta ve ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.060, 0.119, 0.087 değerlerini aldığı görülmektedir. Grup varyanslarının homojenliğinin, 4 grup için (1:1:1:10) şeklinde bozulduğu ve örnek genişliğinin ise 5 olduğu durumda I. tip hata olasılığı artmakta ve ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.088, 0.175, 0.125 değerlerini aldığı görülmektedir.

Örnek genişliği 5, grup sayısı 10 ve varyans oranları (1:1:.....:1) iken bulunan I. tip hata olasılıkları, ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.047, 0.050 ve 0.049 iken örnek genişliğinin 50 olduğu durumda 0.050, 0.049 ve 0.050 olarak bulunmuştur. Grup varyanslarının homojenliğinin, 10 grup için (1:1:.....:5) şeklinde bozulduğu ve örnek genişliğinin ise 5 olduğu durumda I. tip hata olasılığı artmakta ve ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.096, 0.098, 0.099 değerlerini aldığı görülmektedir. Grup varyanslarının homojenliğinin, 10 grup için (1:1:.....:10) şeklinde bozulduğu ve örnek genişliğinin ise 5 olduğu durumda I. tip hata olasılığı artmakta ve ANOVA, ML ve REML yöntemleri için sırasıyla 0.172, 0.175, 0.177 değerlerini aldığı görülmektedir.

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada Varyans Analizi Tekniği (ANOVA), En İyi Olabilirlik (ML) ve Kısıtlanmış En İyi Olabilirlik (REML) yöntemleri ile varyans analizi tekniğinin ön şartlarının yerine geldiği ve gelmediği durumlarda varyans unsurları tahminlerine ilişkin I. tip hata olasılıkları incelenmiştir.

Standart normal dağılımdan ( $Z$ ) alınan örneklerden hesaplanan varyans unsurlarına ilişkin I. tip hata olasılıkları varyans analizi tekniğinin ön şartlarından en önemlisi olan grup varyanslarının homojen olması durumunda örnek genişliği arttıkça her üç yöntem içinde 0.05'e yaklaşmaktadır. Ancak homojenliğin bozulduğu, varyans oranlarının (1:1:5) ve (1:1:10) olması durumlarında örnek genişliği artsa bile artmaktadır. Ayrıca varyansların homojen olmaması, varyans oranlarının (1:1:5) ve (1:1:10) olması durumlarında grup sayısının artmasıyla da I. tip hata olasılığı her üç yöntem için artmaktadır. Örneğin Çizelge 4.1.'de örnek genişliği 10 varyans oranları (1:1:5) ve grup sayısı 3 iken I. tip hata olasılıkları; ANOVA, ML ve REML için sırasıyla 0.039, 0.039 ve 0.069 iken grup sayısının 10 olması durumunda 0.095, 0.093 ve 0.096 olduğu görülmektedir.

Varyans analizi tekniğinin hem normal dağılım hem de homojenlik ön şartının bozulduğu durumun gösterilmeye çalışıldığı ( $\beta$  ve (1:1:10)) Çizelge 4.4.'te örnek genişliği 5, varyans oranları (1:1:10) ve grup sayısının da 10 olduğu durumda ANOVA, ML ve REML yöntemleri için ilgili I tip hata olasılıkları (0.172, 0.175, 0.177) en yüksek bulunmuştur.

İncelenen  $Z$ ,  $t$ ,  $\beta$  ve  $\chi^2$  dağılımların hepsinde genel olarak varyans oranları yani varyans analizi tekniğinin homojenlik ön şartı bozulduğunda I. tip hata olasılığı artmaktadır. Ayrıca varyans oranlarının sabit olması (1:1:1) durumunda örnek genişliği arttıkça I. tip hata olasılığı 0.05'e yaklaşmaktadır.

Yapılan çalışma sonucunda gözlem sayılarının  $n=30, 40, 50$  ve varyans oranlarının sabit olması (1:1:1) durumunda dağılım ne olursa olsun ( $Z, t, \beta, \chi^2$ ) ele alınan yöntemlerinin (ANOVA, ML, REML) tümünde I. tip hata olasılığının ( $\alpha=0,05$ ) korunduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca varyans analizi tekniğinin homojenlik ön şartı bozulduğunda (varyans oranlarının (1:1:5), (1:1:10) olduğu durumlarda) ve küçük örnek genişliklerinde ( $n=3, 5$ ) belirlenen I. tip hata olasılığının korunamadığı belirlenmiştir. Bunun sebebinin varyans unsurları tahmininde örnek genişliği azaldıkça ve grup varyansları heterojenleştikçe tahmin edilen negatif varyans unsurlarından ileri geldiği düşünülmektedir.



Swallow ve Monohan (1984) tarafından yapılan çalışmada simülasyon tekniği ile elde edilen verilerde ANOVA, ML, REML, MIVQUE(0) ve MIVQUE(A) yöntemleri karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmada kriter olarak hata varyanslarının küçüklüğü dikkate alınırken, yapılan çalışmada gruplar arası varyansa ilişkin I. tip hata olasılıkları ( $\alpha$ ) dikkate alınarak yöntemler karşılaştırılmıştır.

Baylan (2006) tarafından yapılan çalışmada, yapılan çalışmayla benzer model, grup sayısı ve yöntemler (ANOVA, ML, REML) kullanılmıştır. Aynı şekilde veriler simülasyon yoluyla elde edilmiştir. Ancak yöntemlerin karşılaştırılmasında varyans unsuru tahminlerinin beklenen değerleri ve standart hataları dikkate alınmıştır. Simülasyon çalışması MINITAB paket programında 1000 tekrarlı olarak yürütülmüştür. Çalışma sonunda elde edilen tahminlerin grup sayısından etkilendiği gözlemlenmiştir. Yapılan çalışmada ise simülasyon 100000 tekrarlı olarak yürütülmüştür. Benzer olarak gruplar arası varyansa ilişkin I. tip hata olasılıkları ( $\alpha$ ) grup sayısından etkilenmiş ve artmıştır.

Ayrıca elde edilen gruplar arası varyansa ilişkin I. tip hata olasılıklarının ( $\alpha$ ) literatürlerde bildirilen kabul edilebilir sınırlar içinde kaldığı da gözlemlenmiştir (Bradly 1978, Cochran 1954).

Varyans analizi tekniğinin ön şartlarının hem yerine getirildiği hem de bu şartların sağlanmadığı tüm durumlarda ANOVA ve ML yöntemleri ile yapılan varyans unsurları tahminlerinin I. tip hata olasılıkları birbirine yakın bulunurken, REML ile yapılan varyans unsurları tahminlerinin I. tip hata olasılıklarını bu iki yöntemden daha iyi koruduğu gözlemlenmiştir.

REML yöntemi ile yapılan varyans unsuru tahminlerinde I. tip hata olasılığı ( $\alpha$ ), ANOVA ve ML yöntemlerine göre daha iyi korunmuştur. Varyans analizi tekniğinin ön şartlarından grup varyanslarının homojenliği ön şartı bozulduğunda, üç yöntemde de I. tip hata olasılığı ( $\alpha$ ) korunmamaktadır. Ayrıca grup sayısı arttıkça da tip hata olasılığı ( $\alpha$ ) artmaktadır.

## 6. KAYNAKLAR

- Bradly J.C., (1978). Robustness Brit Math Stat Psy. s 31
- Cochran W.G. (1954). Some Methods Strengthening the Common  $\chi^2$  Tests. Biometrics, 10, 417.
- Corbeil R. R. ve Searle. S. R., (1976). Restricted Maximum Likelihood (REML) Estimation Variance Components in The Mixed Model. Teknometrics. 18; 31-38.
- Baylan P., (2006). Varyans Bileşenleri İçin Nokta Kestirimlerinin Elde Edilmesinde Kullanılan Yöntemlerin Karşılaştırılması. Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi.
- Graser H. U., Smith. S. P., Tier. B., (1986). A Derivative-Free Approach for Estimating Variance Components in Animal Models by Restricted Maximum Likelihood. J. Anim. Sci. 1362-1370
- Henderson C. R., (1953). Estimation of Variance and Covariance Components. Biometrics. 9; 223–252.
- Hartley. H. O. ve Rao. J. N. K., (1967). Maximum Likelihood Estimation for The Mixed Analysis of Variance Model. Biometrika 54; 99-108.
- Harvey W. R., (1970). Estimation of Variance and Covariance Components in The Mixed Model. Biometrics 26; 485-502.
- Harville D. A., (1977). Maximum Likelihood Approaches to Variance Component Estimation and to Related Problems. J. Am. Stat. Assoc. 72; 320-340.
- Hocking R. R. ve Kutner M. H. (1975). Some Analytical and Numerical Comparisons of Estimators for the Mixed A.O.V. Model. Biometrics 81, 19-27
- Kaps M. ve Lamberson. W., (2004). Biostatistics for Animal Science. 445 p.. London.
- Kesici T. ve Kocabaş Z., (2007). Biyoistatistik .Ankara Üniversitesi Eczacılık Fakültesi Biyoistatistik. Yayın No:94. sf: 159-161.
- Mendeş M., (2002). Normal Dağılım ve Varyansların Homojenliği Ön Şartlarının Gerçekleşmediği Durumlarda Varyans Analizi Tekniği Yerine Kullanılabilecek Bazı Parametrik Alternatif Testlerin I.Tip Hata ve Testin Gücü Bakımından İrdelenmesi. Ankara Üniv. Fen Bil. Enst. Doktora Tezi. 278 s.
- Orhan H., (1997). Varyans Unsurları Tahmin Yöntemlerinin Monte Carlo Çalışması ile Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi. Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora Tezi.

- Özsoy. A. N., (2000). Bildircinlarda Vücut Ağırlığının Kalıtım Derecesinin Farklı Tekniklerle Hesaplanan Varyans Unsurlarından Tahmini. Gaziosmanpaşa Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi.
- Özkaynar B. H., (2001). Normal Olmayan Dağılımlarda Varyans Unsurlarının Tahmini ve Güven Aralığının Tespiti. Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora Tezi.
- Patterson H.D. ve R. Thompson (1974). Recovery of Inter-Blok Information When Block Sizes are Unequal. *Biometrika*, 58, 3, p. 545. Printed in Great Britain
- Peng K. C., (1967). *The Design and Analysis of Scientific Experiments*. Addison-Wesley Publishing Company. 252 p. United States of America
- Sahai H. ve Ageel M. I., (2000). *The Analysis of Variance*. Library of Congress Cataloging in Publication Data. ISBN: 0-8176-4012. p:32.
- Searle S. S., Casella. G., McCulloch C. E., (1992). *Variance Components*. A Wiley-Interscience Publication. 501 p.. United States of America.
- Schaeffer L. R., (1986). Maximum Likelihood Estimation of Variance Components in Dairy Breeding Research. *Journal of Dairy Science* Vol.59, No.12
- Swallow W. H., Monahan J. F., (1984). Monte Carlo Comparison of ANOVA. MIVQUE. REML. and ML Estimators of Variance Components. *Tecnometrics*. 26 (1); 47–57.

## **ÖZGEÇMİŞ**

1983 yılında Ankara 'da doğdum ilk ve orta öğrenimimi Ankara 'da tamamladıktan sonra Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi Zootečni Bölümü'nden 2006'da mezun olup aynı yıl Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi Biyometri ve Genetik Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans eğitimime başladım. Halen Namık Kemal Üniversitesi Ziraat Fakültesi Biyometri ve Genetik Anabilim Dalı'nda Araştırma Görevlisi olarak çalışmalarına devam etmeyim.