

**GENELLEŞTİRİLMİŞ MORSE DALGACIĞI
İLE BİR BOYUTLU SÜREKLİ DALGACIK
DÖNÜŞÜMÜ KULLANILARAK FAZ
HESAPLANMASI**

Merve Naz ELMAS

Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı

**Danışman: Dr. Öğrt. Üyesi. Özlem
KOCAHAN YILMAZ**

2018

T.C.
TEKİRDAĞ NAMIK KEMAL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**GENELLEŞTİRİLMİŞ MORSE DALGACIĞI İLE BİR BOYUTLU
SÜREKLİ DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ KULLANILARAK FAZ
HESAPLANMASI**

MERVE NAZ ELMAS

FİZİK ANABİLİM DALI

DANIŞMAN: DR. ÖĞR. ÜYESİ ÖZLEM KOCAHAN YILMAZ

TEKİRDAĞ, 2018

Her Hakkı Saklıdır

Bu tez TUBİTAK tarafından 115F168 numaralı proje ile desteklenmiştir.

Özlem KOCAHAN YILMAZ danışmanlığında, Merve Naz ELMAS tarafından hazırlanan “Genelleştirilmiş Morse Dalgacığ İle Bir Boyutlu Sürekli Dalgacık Dönüşümü Kullanılarak Faz Hesaplanması” isimli bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans tezi olarak oy birliği ile kabul edilmiştir.

Juri Başkanı : Prof. Dr. Vildan BİLGİN

İmza :

Üye : Doç. Dr. Tanju GÜREL

İmza :

Üye : Dr. Öğrt. Üyesi Özlem KOCAHAN YILMAZ

İmza :

Fen Bilimleri Enstitü Yönetim Kurulu adına

Prof. Dr. Fatih KONUKCU

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

GENELLEŞTİRİLMİŞ MORSE DALGACIĞI İLE BİR BOYUTLU SÜREKLİ
DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ KULLANILARAK FAZ HESAPLANMASI

Merve Naz ELMAS

Tekirdağ Namık Kemal Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Özlem KOCAHAN YILMAZ

Bu tezde, uzaysal taşıyıcı frekansı x yönünde olan ızgara desenine faz ekleyerek simüle edilen bozulmuş ızgara deseninden faz hesabı için bir boyutlu sürekli dalgacık dönüşümünde (1B SDD) genelleştirilmiş Morse dalgacığı (GMD) kullanımı sunulmaktadır. GMD, değişken iki parametreye sahiptir ve bu parametrelerin değişmesi lokalizasyon özelliğini etkilemektedir. 1D SDD analizinde lokalizasyon özelliğine göre hesaplar gerçekleştirilmektedir. Bundan dolayı daha az hata ile faz hesaplamak için 1D SDD analizinde, analiz dalgacığı olarak sıfırıncı dereceden GMD kullanma fikri ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada GMD yöntemi açıklanmış ve tekniğin faz dağılımını bulmaktaki geçerliliğini göstermek için sayısal simülasyonlar yapılmıştır. Morlet ve Paul dalgacıkları kullanılarak 1D SDD analizi ile hesaplanmış faz dağılımları ile karşılaştırılarak sonuçlar denetlenmiştir.

Anahtar kelimeler: sürekli dalgacık dönüşümü, faz hesaplama, genelleştirilmiş morse dalgacığı, ızgara deseni.

2017, 52 Sayfa

ABSTRACT

Master Thesis

DETERMINATION OF PHASE BY USING ONE DIMENSIONAL CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM WITH GENERALIZED MORSE WAVELET

Merve Naz ELMAS

Namık Kemal University in Tekirdağ

Institute of Natural and Applied Sciences

Department of Physics

Supervisor: Ass. Prof. Dr. Özlem KOCAHAN YILMAZ

When determining the phase from the projected fringes by one dimensional using continuous wavelet transform (1D CWT), selection of wavelet is an important step. A new wavelet for phase retrieval from the fringe pattern with the spatial carrier frequency in the x direction is presented. GMWs have two variable parameters which have influence on localization property. In 1D CWT method, phase is calculated according to the localization property. Therefore, in the analysis of 1D CWT, as a mother wavelet, zero order GMW was chosen because of the flexible spatial and frequency localization property, to calculate the phase with less error. In this study, GMW method is explained and numerical simulations are carried out to show the validity of this technique for finding the phase distributions. Results for the Morlet and Paul wavelets were compared with the results of GMW analysis.

Key words: continuous wavelet transform, phase calculation, generalized morse wavelet, fringe pattern.

2017, 52 Pages

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
İÇİNDEKİLER	iv
ŞEKİL DİZİNİ	iv
TABLO DİZİNİ	vi
1.GİRİŞ	1
2. İNTEGRAL DÖNÜŞÜMÜ PROFİLOMETRESİ	4
2.1 Fourier Dönüşümü	4
2.2 Fourier Dönüşüm Profilometresi	6
2.3 Ölçülebilir En Büyük Yükseklik	10
2.4 Dalgacık Dönüşümü	11
3. SÜREKLİ DALGACIK DÖNÜŞÜMÜNDE GENELLEŞTİRİLMİŞ MORSE DALGACIĞI KULLANIMI	13
3.1 Sürekli Dalgacık Dönüşümü (SDD)	13
3.2 Morlet Dalgacığı ile SDD tekniği	15
3.3 Paul dalgacığı ile SDD tekniği	18
3.4 Sıfırıncı Dereceden Genelleştirilmiş Morse Dalgacığı	20
4.SİMÜLASYON ÇALIŞMASI	24
4.1 1D SDD Faz-Gradyan Yöntemi	26
4.2 1D SDD Faz Yöntemi	31
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	34
KAYNAKÇA	36
ÖZGEÇMİŞ	36

ŞEKİL DİZİNİ

Şekil 2.1. Fourier dönüşümü şematik açıklaması.....	5
Şekil 2.2. (a) $h(x,y)=0$ ızgara sinyali (b) $h(x,y)\neq 0$ ızgara deseni.....	6
Şekil 2.3. Değişime uğramış ızgara görüntüsünün filtrelenmesinin genlik- frekans spektrumunda gösterimi.....	8
Şekil 2.4. $h(x,y)= 0$ durumunda ızgara görüntüsünün filtrelenmesinin genlik-frekans spektrumunda gösterimi.....	9
Şekil 2.5. Q1 bileşeninin tüm spektrumdan ayrılması.....	10
Şekil 2.6. Dalgacık,sinyal ve dönüşüm düzlemi.....	12
Şekil 3.1. (a) x uzayında Morlet dalgacığı ve (b) α uzayında Fourier dönüşümü.....	16
Şekil 3.2. (a) x uzayındaki Paul dalgacığı ($m=3$) ve (b) Fourier dönüşümü.....	19
Şekil 3.3. (a) x uzayındaki; (b) α uzayındaki GMD ($(\gamma, \beta) = (3, 10)$).....	21
Şekil 4.1. Simülasyon fazı.....	25
Şekil 4.2 (a) Faz kaymasının sıfır olduğu durumda, x yönünde tek taşıyıcı frekansla oluşturulmuş ızgara sinyalinin iki boyutlu görünümü (b) faz kaymasından kaynaklanan ızgara deseni.....	25
Şekil 4.3. $y = 200$ 'de GMD ile 1D SDD faz gradyan yöntemiyle bulunan faz hataları ($\gamma = 3$ ve $\beta = 3$ (mavi), $\beta = 5$ (yeşil), $\beta = 7$ (pembe) ve $\beta = 10$ (siyah)).....	26
Şekil 4.4. Simülasyon ızgara deseninin $\beta = 3$ ve $\gamma = 3$ değişken parametreleri kullanılarak GMW ile 1D SDD faz gradyan yöntemiyle bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni; (c) toplam faz $\varphi(x, y)$	28

- Şekil 4.5. Simülasyon ızgara deseninin Morlet ana dalgacığı ile 1D SDD faz-gradyan yönteminden bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni; (c) toplam faz $\varphi(x, y)$29
- Şekil 4.6. Simülasyon ızgara deseninin Paul ana dalgacığı (n=50) ile 1D SDD faz-gradyan yönteminden bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni; (c) toplam faz $\varphi(x, y)$30
- Şekil 4.7. $y = 100$ 'de GMD ile 1D SDD faz yöntemiyle bulunan faz hataları ($\gamma = 3$ ve $\beta = 3$ (mavi), $\beta = 5$ (yeşil), $\beta = 7$ (pembe) ve $\beta = 10$ (siyah)).....31
- Şekil 4.8. 1D SDD faz yönteminde (a) GMD ($(\gamma, \beta) = (3, 10)$), (b) Morlet ve (c) Paul (n=10) dalgacıkları kullanılarak elde edilen faz düzeltme işlemi uygulanmış faz dağılımı.....33

TABLO DİZİNİ

Tablo 1. Farklı β ve γ değerleri için GMD belirsizlik değerlerinin, farklı n değerleri için Paul ve Morlet dalgacıklarının belirsizlik değerleriyle karşılaştırılması.....	22
Tablo 2. 1D SDD faz gradyan yönteminde GMD, Paul (n=10, 20, 30, 40, 50) ve Morlet dalgacıkları kullanılarak farklı piksel değerleri için hesaplanan faz hataları.....	27
Tablo 3. Simülasyon çalışmasında, dört farklı piksel numarası için 1D SDD faz yöntemi kullanılarak farklı β ve γ değerleri için sıfıncı dereceden GMD, Paul (n=10, 20, 30, 40, 50) ve Morlet dalgacıkları için bulunan mutlak faz hataları.....	32

SİMGELER VE KISALTMALAR

- a : Sürekli dalgacık dönüşümünde ölçek parametresi
- An : Izgara fonksiyonunun genliği
- b : Öteleme parametresi
- c : Morlet dalgacığında sabit uzaysal frekanstır ve 5 ya da 6 olarak seçilir.
- KDD : Kesikli dalgacık dönüşümü
- f_0 : İzlenen ızgara görüntüsünün temel frekansı
- HFD : Hızlı Fourier dönüşümü
- FDP : Fourier Dönüşüm ile profil belirleme
- $g_0(x, y)$: Cismin yüksekliğinin sıfır olduğu durumdaki ızgara deseni
- $g(x, y)$: Cismin yüksekliğinin sıfırdan farklı olduğu durumda ızgara deseni
- $\left(\frac{x-b}{a}\right)$: Ana dalgacık analiz fonksiyonu
- $G_0(f, y)$: $g_0(x, y)$ 'nin x 'e göre bir boyutlu Fourier dönüşümü
- $G(f, y)$: $g(x, y)$ 'nin x 'e göre bir boyutta Fourier dönüşümü
- $G(\alpha)$: Ana dalgacık analiz fonksiyonunun Fourier dönüşümü
- $h(x)$: Izgara deseninin bir satırını gösteren (y -piksel), x yönünde değişen tek boyutlu ızgara sinyali
- $h(x, y)$: Cismin yükseklik değişimi ve iki boyutlu ızgara sinyali
- $H(\alpha)$: $h(x)$ 'in Fourier dönüşümü
- $I_0(x)$: Arka plan parlaklığı
- $m(x)$: Morlet dalgacığı

$M(\alpha)$: Morlet dalgacığının Fourier dönüşümü
$r(x, y)$: Cismin yüzeyinden olan düzgün olmayan yansıma dağılımı
$p(x)$: Paul Dalgacığı
$P(\alpha)$: Paul dalgacığının Fourier dönüşümü
SDD	: Sürekli dalgacık dönüşümü
t	: Zaman
$V(x)$: Izgara görünürlüğü
$w(t)$: Pencere fonksiyonu
$\psi(\alpha)$: Morse dalgacığının Fourier dönüşümü
$\varphi(x)$: Izgaranın yükseklik değişimini gösteren faz
$\varphi'(b)$: Fazın gradyanı
*	: kompleks eşleniği
^	: Herhangi bir değişkenin Fourier dönüşümü
1D	: Bir boyutlu
DOG	: Gaussian fonksiyonunun türevleri

TEŐEKKÖR

Tez çalıőmam boyunca beni engin tecrübesiyle doğru yönlendiren, yardımcı olmak için fedakârca vakit yaratan, çalıőmam için gerekli laboratuvar ortamını sağlayan, her türlü maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen hocam, danışmanım Yrd. Doç. Dr. Özlem KOCAHAN YILMAZ'a çalıőmanın her aşamasındaki desteği için sonsuz teşekkür ederim.

Ayrıca 115F168 numaralı projedeki desteklerinden dolayı TÜBİTAK'a teşekkür ederim.

Son olarak, hayatımda attığım adımlarda bana daima destek olan, zor zamanlarımda elimden tutup devam etme gücü veren ve sonsuz sevgilerini sunan başta annem Aynur ELMAS'a ve aileme teşekkürü borç bilirim.

TEKİRDAğ, 2018

Merve Naz ELMAS

1.GİRİŞ

Optik ışık hareketlerini, özelliklerini, ışığın diğer maddelerle etkileşimini inceleyen, ışığın ölçümü ve sınıflandırması ile uğraşan fiziğin alt dallarından biridir. Mısır ve Mezopotamyalılar, Yunan ve Hint filozofları tarafından optik teorileri geliştirilmiş ve günümüzde savunma, güvenlik, sağlık, biyoloji, jeoloji, arkeoloji, astronomi ve endüstri gibi birçok alanda çözümler sunmaktadır (Demren, 2015). Optik, görüntü işleme konusunda son yılların en önemli araştırma alanlarından biridir (Bhaduri, Pham, Mir, & Popescu, 2012). Optik yöntemlerle elde edilen bir görüntünün işlenebilmesi için öncelikle bilgisayar ortamına aktarılması yani sayısal hale getirilmesi gerekmektedir. Bunun için de matematiksel dönüşümlere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu dönüşümlerin en çok kullanılanlarından biri de Fourier dönüşümleridir. Fourier dönüşümü, yüzyılı aşkın süredir kullanılan, sinyal işlemenin temel taşı niteliğinde bir dönüşümdür. Fourier dönüşüm yöntemi, sinyalin içindeki bilgilerin elde edilmesi için, sinyallerin işlenmesinde kullanılan çok önemli bir yöntemdir. Bu bilgiler, Fourier dönüşümü ile yeniden kullanılmaya uygun bir veri formatına çevrilir. Fourier dönüşümüyle bir sinyal, farklı genlik, frekans ve fazlarda kosinüs ve sinüs temel bileşenlerinin toplamı olarak ifade edilir. Her bileşenin frekans ve genliği ile birlikte tablolama, bilgisayarla verilerin işlenmesi sırasında kolaylık sağlar (Demren, 2015).

Fourier dönüşümlerinde Kısa Süreli Fourier Dönüşümü, zaman-frekans analizi yapabilmektedir. Ancak bu dönüşüm, yalnızca sabit frekans çözünürlüğünde kullanılmakta, aynı anda hem yüksek frekans çözünürlüğü, hem de yüksek zaman çözünürlüğünü sağlayamamaktadır (Graps, 1995). Hem ani değişimlerin, hem de durağan bileşenlerin bir arada olduğu sinyallerin, yüksek frekans çözünürlüğü ve yüksek zaman çözünürlüğü ile incelenebilmesini sağlayabilecek bir sinyal işleme yöntemine gerek görülmüştür (Bayın, 2004). Bu sebeple bu çalışmada, frekans-zaman analizi yapan bir diğer yöntem olan “Dalgacık Dönüşümleri” kullanılmıştır. Dalgacık dönüşümü (Wavelet Transform), 1980’lerin ortasında, sismik sinyallerin incelenmesinde geliştirilmeye başlanmış, 1990’larda da bilim ve mühendislik alanlarında sıkça kullanılır olmuştur. Literatürdeki bazı çalışmalarda zamana bağımlı sinyallerin frekans analizi için Fourier ve dalgacık dönüşümleri karşılaştırılmış ve dalgacık dönüşümünün yapısı ayrıntılı olarak

verilmiştir (Daubechies, 1990). Meteoroloji ve Oşinografi verilerinin dalgacık analizinin yapıldığı Meyers ve diğ. (1993)'nin çalışmasında dalgacık dönüşümünün sinyal analizinde kullanımı işlenmiştir (Meyers & Keu, 1993). Torrence ve Compo (1998)'nin çalışmasına göre, “dalgacık dönüşümü için zaman serilerinin, zaman-frekans uzayında gösterimini sağlayarak, değişimin baskın olduğu modları ve bu modların zamanla nasıl değiştiğini gösterir”. Aynı çalışmada, dalgacık dönüşümünün uygulama alanlarının yanında, Morlet, Paul ve Morse ana dalgacık fonksiyonları özetlenerek çözümleri verilmiştir (Torrence & Compo, 1998).

Faz dağılımının dalgacık dönüşümünden bulunması ile ilgili Watkins ve diğ. (1999) tarafından yapılan çalışmada “faz- gradyan yöntemi” ilk olarak önerilmiştir (Watkins, Tan, & Barnes, 1999). Bu çalışmada, optik girişim ile elde edilen tek boyutlu ızgara deseni için sürekli dalgacık dönüşümü tekniğiyle çözümler bulunmuştur. Afifi ve diğ. (2002)'nin simülasyon çalışmasında, yine faz-gradyan yöntemi kullanılarak Paul ana dalgacığı ile faz dağılımı hesaplanmıştır (Afifi ve diğ., 2002). Üç boyutlu profil belirleme için Dursun ve diğ. (2004) tarafından yapılan çalışmada faz düzeltme işleminin uygulandığı ‘faz’ yöntemi ve ‘faz-gradyan’ yöntemi karşılaştırılmıştır (Dursun, Özder, & Ecevit, 2004). 1983’de Takeda (Takeda & Mutoh, 1983) tarafından yapılan çalışmada projeksiyon ile ızgara yansıtma tekniği kullanılarak nesnelerin yükseklik profilometresini belirlemek için yüksek hassasiyetle çalışan pratik bir ölçüm sistemi tasarlanmıştır. Projeksiyondan aldığı sinüzoidal ızgara deseniyle Fourier dönüşümü yaparak üç boyutlu (3D) yüzey profilleri hesaplanmıştır. Yıllar geçtikçe makine mühendisliğinde, biyomedikal uygulamalarda, endüstri izlemede bu teknik uygun şekilde kullanılmıştır. Fourier dönüşümünün yanında yansıtılan ızgara deseninden faz hesaplamak için farklı tekniklerde kullanılmıştır. Bunlardan bazıları Sürekli Dalgacık Dönüşümü (SDD) ve S-dönüşümüdür (SD). Farklı dalgacıklar seçilerek uygulanan SDD yönteminde, aynı anda zaman ve frekans bilgisini sağlayabilir ve Fourier dönüşümünde bulunan çözünürlük problemini azaltır. Bu dalgacıklar, Paul, DOG ve en popüler olanı Morlet dalgacığıdır. Bu çalışmada ızgara deseniyle elde edilen görüntülerden hesaplama için sıfırcı dereceden Genelleştirilmiş Morse Dalgacığı (GMD) kullanılmıştır. GMD'nin lokalizasyon özelliklerini etkileyen iki değişken parametresi vardır. SDD yönteminde faz, lokalizasyon özelliklerine göre hesaplanır. Bu nedenle uzaysal ve frekans lokalizasyonu özelliklerinden dolayı sıfırcı dereceden GMD seçilmiştir.

Bu tez çalışmasında, uzaysal taşıyıcı frekansı x yönünde olan ızgara desenine faz ekleyerek simüle edilen bozulmuş ızgara deseninden faz hesabı için bir boyutlu sürekli dalgacık dönüşümünde (1B SDD) geliştirilmiş Morse dalgacığı (GMD) kullanılmıştır. Bölüm 2’de integral dönüşümler açıklanmış, Fourier dönüşümü ve SDD ayrıntılarıyla incelenerek profilometri genel hatlarıyla tanımlanmıştır. Sonraki bölümde ise 1D SDD ile faz hesaplama yönteminde Morlet, Paul ve GMD dalgacıkları kullanılarak faz değeri teorik olarak elde edilmesi ve dalgacıkların özellikleri detaylarıyla verilmektedir. 4. bölümde simülasyon çalışması ile bu tekniğin faz hesabında kullanılabilirliği incelenmiş GMD, Morlet ve Paul dalgacıkları kullanılarak 1D SDD analizi ile hesaplanan faz dağılımları karşılaştırılmıştır. Elde edilen simülasyon sonuçları son bölümde değerlendirilmiş ve bundan sonraki çalışmalar ile ilgili öneriler sunulmuştur.

2. İNTEGRAL DÖNÜŞÜMÜ PROFİLOMETRESİ

İntegral dönüşümlerin, yaklaşık üç yüz yıldır mühendislik, matematik ve fizik alanlarında birçok uygulamaları vardır. Bu uygulamalarda temel düşünce problemi çözebilecek bir uzaya taşıyıp orada problemi çözdükten sonra ters dönüşümle ilk uzaya geri dönmektir (Ökcücü, 2014). İlk olarak integral dönüşümü, P.S Laplace (1749-1827) ve J. Fourier (1768-1830) 'in çalışmalarına dayanır (İnce, 2012). İntegral dönüşümün önemi, zor bir matematik problemini daha kolay çözülebilir probleme dönüştürmesidir.

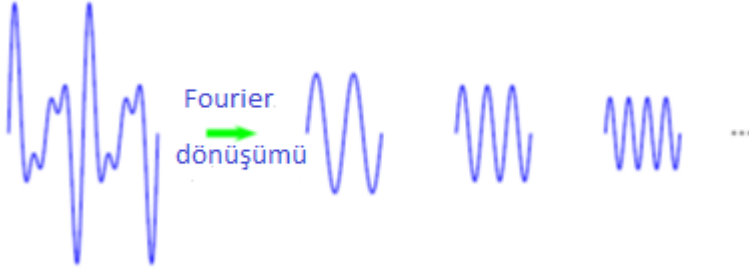
Bir boyutlu uzayda $a \leq x \leq b$ aralığında tanımlanan bir $f(x)$ integral dönüşümünün en genel şekli;

$$\mathcal{F}\{f(x); k\} = F(k) = \int_a^b K(x, k)f(x)dx \quad (2.1)$$

formundadır. Burada $K(x, k)$ integral dönüşümünün çekirdeği, x değişken, k parametre olmak üzere, x ve k reel değerli olabileceği gibi kompleks değerlerde alabilir. Sinyal işlemede integral dönüşümler, ham sinyalde gizli olan frekans bilgisini ortaya çıkarmak için kullanılır. Uygulamalı matematik, fizik ve mühendislik alanlarında kullanılan bazı integral dönüşümler; Laplace, Mellin, Hankel, Weyl, Laguerre, Widder Potansiyel, Stieltjes ve Fourier dönüşümleridir. Fourier bunlar arasında en yaygın olarak bilinenidir. Bunun dışında Sürekli Dalgacık Dönüşümü (SDD) de faz hesaplamak için kullanışlı integral dönüşümleridir (Polikar, 2006). Bir sonraki bölümde bu integral dönüşümleri açıklanmaktadır

2.1 Fourier Dönüşümü

19. yüzyılda Fransız Matematikçi Joseph Fourier (1770-1830) her periyodik sinyallerin kompleks üstel fonksiyonların sonsuz toplamları ile ifade edilebileceğini göstermiştir. Periyodik sinyaller için bulunan bu özellik yıllar sonra periyodik olmayan sinyaller için genelleştirilmiştir. 1965 yılında ise hızla Fourier dönüşümü algoritmasının geliştirilmesiyle Fourier dönüşümü daha fazla önem kazanmıştır (Bracevell, 1989).



Şekil 2.1. Fourier dönüşümü şematik açıklaması

Sinyalleri ifade eden fonksiyonların trigonometrik seri türünden açılabilmesi, o sinyal hakkında bilgi almamıza yardımcı olmaktadır. Fourier dönüşümü durağan fonksiyonların spektrumunu araştırmak için kullanışlıdır. Bir sinyal Fourier dönüşümü yardımıyla bileşenlerine ayrılır. Her frekansın ayrı genliği ve frekansı vardır. Bu işlem Şekil 2.1.’deki gibi gösterilmektedir.

Bir Fourier integral dönüşümü çifti aşağıdaki gibidir.

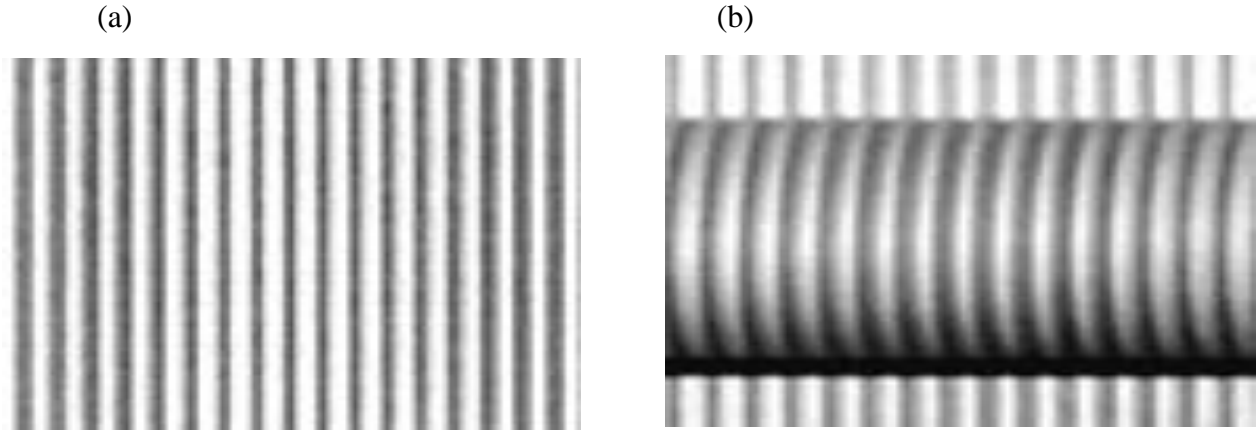
$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \exp(-i2\pi ft) dt \quad (2.1.1)$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \exp(i2\pi ft) df \quad (2.1.2)$$

Burada, $h(t)$ zaman-tanım-kümesinde sinyal, $H(f)$ frekans-tanım-kümesinde sinyal, f frekans ve t zamandır. Denklem (2.1.1)’de $H(f)$ fonksiyonu $h(t)$ fonksiyonunun Fourier dönüşümü, denklem (2.1.2)’de ise $h(t)$ fonksiyonu $H(f)$ ’in ters Fourier dönüşümü adını alır (Pedrotti & Pedrotti, 1993). Zaman-tanım-kümesinde tanımlanan sinyalin Fourier dönüşümü alınır, frekans-genlik gösterimi elde edilmiş olur. Bu gösterim sinyalde her frekanstan ne oranda bulunduğunu verir.

2.2 Fourier Dönüşüm Profilometresi

Fourier dönüşümü profilometresinde bir referans düzlem ve örnek üzerine ızgara deseni yansıtılarak bunun görüntüleri kaydedilir (Şekil 2.2). Cismin yüksekliğinden dolayı yansıtılan ızgara deseninde eğrilmeler meydana gelir. Kaydedilen görüntüdeki bu eğrilikleri yani yükseklik bilgisini Fourier dönüşümünde faz terimi taşır (Su & Chen, 2001). Fourier dönüşümü kullanılarak oluşturulan bilgisayar programı ile görüntü analiz edilir ve faz dağılımı bilgisine ulaşılır.



Şekil 2.2. (a) $h(x,y)=0$ ızgara deseni (b) $h(x,y)\neq 0$ ızgara deseni

Yükseklik olmadığı durumda ızgara deseninin denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$g_0(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\{i[2\pi n f_0 x + n\phi_0(x)]\} \quad (2.2.1)$$

$$g(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\{i[2\pi n f_0 x + n\phi_0(x, y)]\} \quad (2.2.2)$$

Denklem (2.2.2) 'de verilen, cismin her noktadaki yükseklik farklılıkları nedeniyle değişime uğramış ızgara deseni, $n f_0$ taşıyıcı frekanslı, $\phi(x, y)$ fazlı ve $r(x, y)$ genlikli çoklu sinyal olarak tanımlanabilir. Fazın yükseklik bilgisini taşıdığı bilindiğine göre, buradaki problem fazın bulunmasıdır. Bu amaçla, denklem (2.2.2) aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$g(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n(x, y) \exp(i2\pi n f_0 x). \quad (2.2.3)$$

Burada

$$q_n(x, y) = A_n r(x, y) \exp[in\phi(x, y)] \quad (2.2.4)$$

şeklinde bir değişkendir. 'Hızlı Fourier Dönüşümü' (HFD) demek olan FFT (Fast Fourier Transform) algoritması kullanıldığında, y değeri sabit alınarak, sadece x yönünde denklem (2.2.3)'in bir boyutlu Fourier dönüşümü alınır,

$$G(f, y) = \int_{-\infty}^{\infty} r(x, y) \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp(-i2\pi x(f - nf_0) + in\phi(x, y)) \right] dx \quad (2.2.5)$$

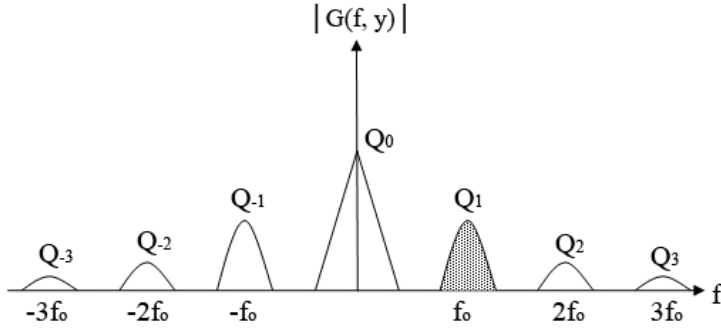
elde edilir. Buradan da $g(x, y)$ denkleminin Fourier dönüşümü için

$$G(f, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n(f - nf_0, y) \quad (2.2.6)$$

eşitliği yazılır. Burada $G(f, y)$ ve $Q_n(f, y)$, sırasıyla $g(x, y)$ ve $q_n(x, y)$ 'nin x'e göre bir boyutlu Fourier dönüşümleridir. $\phi(x, y)$ ve $r(x, y)$, f_0 ızgara frekansına göre çok yavaş değiştikleri için, şekil 2.3'de görüleceği gibi, bütün $Q_n(f - nf_0, y)$ spektrumu birbirinden taşıyıcı frekans f_0 kadar ayrılır. Şekil 2.3'de noktalı taralı olarak işaretlenmiş $Q_1(f - f_0, y)$ spektrumunu seçilerek ters Fourier dönüşümü alınır;

$$\hat{g}(x, y) = A_1 r(x, y) \exp\{i[2\pi f_0 x + \phi(x, y)]\} \quad (2.2.7)$$

şeklinde kompleks bir fonksiyon elde edilir (Takeda & Mutoh, 1983).



Şekil 2.3. Değişime uğramış ızgara görüntüsünün filtrelenmesinin genlik- frekans spektrumunda gösterimi (Takeda & Mutoh, 1983)

Aynı işlemler $h(x,y)$ yüksekliğinin sıfır olduğu durum için uygulansın. O zaman denklem (2.1.1) aşağıdaki gibi tekrardan yazılabilir:

$$g_0(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_{0n}(x, y) \exp(i2\pi n f_0 x). \quad (2.2.8)$$

Burada,

$$q_{0n}(x, y) = A_n \exp[in \phi_0(x)] \quad (2.2.9)$$

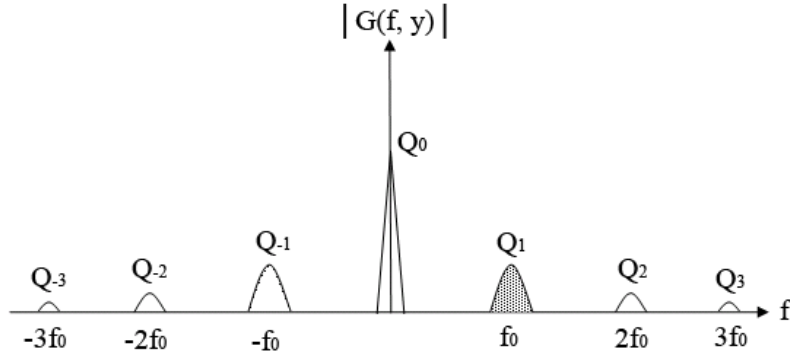
olarak ifade edilebilir. Denklem(2.2.8)'in x eksenine göre bir boyutlu Fourier dönüşümü alınırsa:

$$G_0(f, y) = \int_{-\infty}^{\infty} g_0(x, y) \exp(-i2\pi f x) dx = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_{0n}(f - n f_0, y) \quad (2.2.10)$$

bulunur. Burada $G_0(f, y)$ ve $Q_{0n}(f, y)$, sırasıyla $g_0(x, y)$ ve $q_{0n}(x, y)$ 'nin x'e göre bir boyutlu Fourier dönüşümleridir. Şekil 2.4'de noktalı olarak işaretlenmiş $Q_{0n}(f - f_0, y)$ spektrumu seçilecek şekilde filtre edildikten sonra ters Fourier dönüşümü alınırsa:

$$\hat{g}_0(x, y) = q_1(x, y) \exp(i2\pi f_0 x) = A_1 \exp\{i[2\pi f_0 x + \phi_0(x)]\} \quad (2.2.11)$$

şeklinde kompleks bir fonksiyon elde edilir.



Şekil 2.4. $h(x,y)=0$ durumunda ızgara görüntüsünün filtrelenmesinin genlik-frekans spektrumunda gösterimi (Takeda & Mutoh, 1983).

Denklem (2.2.7), (2.2.11)'in kompleks eşleniği ile çarpılırsa:

$$\hat{g}(x, y)\hat{g}_0^*(x, y) = |A_1|^2 r(x, y) \exp\{i[\Delta\phi(x, y)]\} \quad (2.2.12)$$

şeklinde bir fonksiyon elde edilir. Burada

$$\Delta\phi(x, y) = \phi(x, y) - \phi_0(x) \quad (2.2.13)$$

faz farkıdır. Sonuç olarak denklem (2.2.12) ve (2.2.13) denklemleri, yükseklik değişiminden kaynaklanan fazı ifade eder.

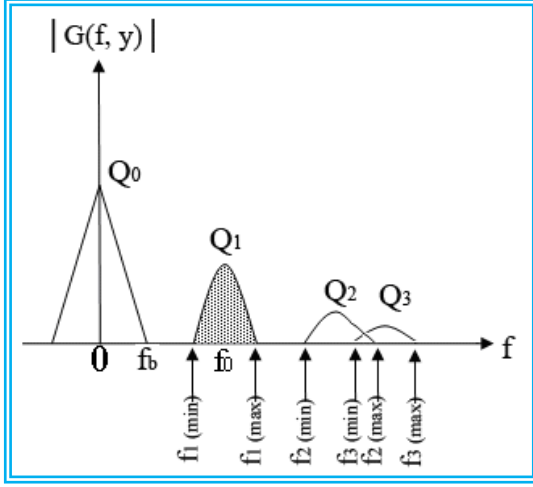
Faz farkı;

$$\Delta\phi(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{\text{Im}(\hat{g}(x, y)\hat{g}_0^*(x, y))}{\text{Re}(\hat{g}(x, y)\hat{g}_0^*(x, y))} \right] \quad (2.2.14)$$

şeklinde hesaplanabilir (Pedrotti & Pedrotti, 1993). Denklem (2.2.13)'de gösterildiği üzere fazların birbirinden çıkartılmasıyla hizalama hataları ve mercek kayıpları sıfıra indirgenmiş olur (Takeda & Mutoh, 1983). Bu hesaplamalar, çapraz optik eksen geometrisine göre yapılmıştır (Kocahan, 2008).

2.3 Ölçülebilir En Büyük Yükseklik

Fourier Dönüşüm Profilometresi yönteminde, sinyalin frekans spektrumunda f_0 temel frekanslı bileşen seçilmektedir. Bu yöntemin geçerli olabilmesi için temel frekansın Q_1 'in diğer frekanslarla üst üste binmemiş, ayrılabilir olması gerekir, bunun için de ızgara deseninin frekansı önemlidir. Bu durum FDP ile ölçülebilecek maksimum yüksekliği etkilemektedir.



Şekil 2.5. Q_1 bileşeninin tüm spektrumdan ayrılması (Takeda & Mutoh, 1983)

Şekil 2.5’de gösterilen spektrum dağılımında, f_b sıfırıncı spektrum bileşeninin maksimumunu, f_{1min} ve f_{1max} ise temel spektrum bileşeninin maksimum ve minimum noktalarını göstermektedir.

$$G(f, y) = \int_{-\infty}^{\infty} r(x, y) [\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n (\exp(-i2\pi x(f - nf_0) + in\phi(x, y)))] dx \quad (2.3.1)$$

Denklem (2.3.1)’de eksponansiyel terimin içinin x ’e göre türevi sıfır olduğunda $G(f, y)$ minimum olur (Takeda & Mutoh, 1983).

$$\frac{\partial}{\partial x} [n\phi(x, y) + 2\pi x(nf_0 - f)] = 0 \quad (2.3.2)$$

Buradan bulunan f , n parametresine bağılı olduğundan, f_n olarak ifade edilmelidir:

$$f_n = nf_0 + \frac{n}{2\pi} \frac{\partial \phi(x,y)}{\partial x}. \quad (2.3.3)$$

Denklem (2.3.3)'de temel frekans f_1 aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Su & Chen, 2001; Takeda & Mutoh, 1983).

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} [2\pi f_0 x + \phi(x,y)] = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi(x,y)}{\partial x} \quad (2.3.4)$$

Birinci spektrum bileşeninin diğerlerinden kolayca ayrılabilmesi için

$$f_b < (f_1)_{min} \quad (2.3.5)$$

olmalıdır. Denklem (2.3.3), (2.3.4)'de yerine yazılırsa yükseklik değişiminden kaynaklanan fazın sınırları:

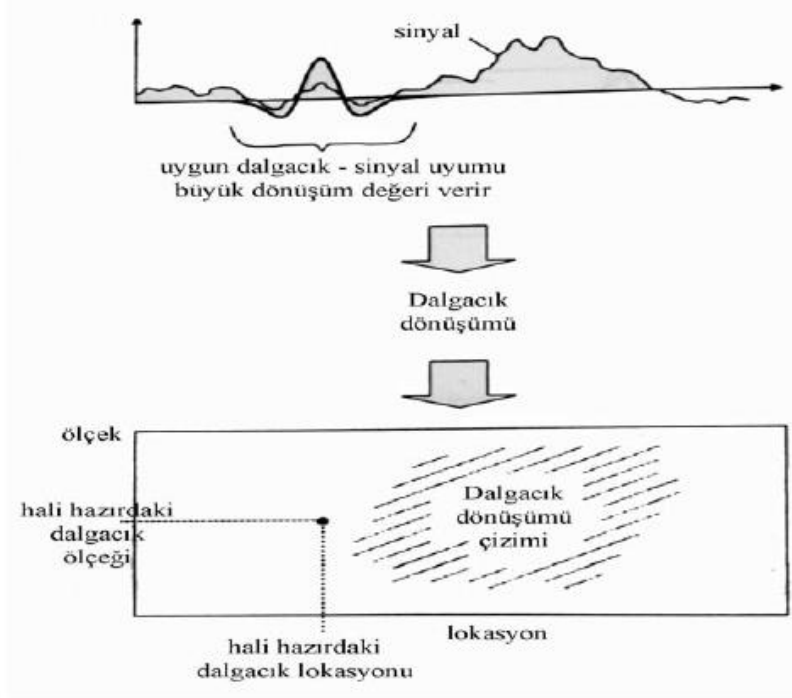
$$\left| \frac{\partial \phi(x,y)}{\partial x} \right|_{max} < 2\pi(f_0 - f_b) \quad (2.3.6)$$

şeklinde ifade edilebilir (Su & Chen, 2001). Bu teknik uygulanırken yapılacak simülasyon ve deney çalışmalarında göz önünde bulundurulması gereken koşuldur ve ızgara deseninin frekansı buna göre belirlenmelidir.

2.4 Dalgacık Dönüşümü

Dalgacık dönüşümü matematik, fizik ve mühendislik gibi farklı fikirlerin bir karışımı olarak ortaya çıkmıştır. 1982 yılında Jean Morlet sismik dalga analizi için yeni bir matematiksel araç olarak dalgacık dönüşümü fikrini geliştirmiştir (Debnath, 2002). Dalgacık dönüşümü, sinyali, farklı frekanslar için farklı çözünürlüklerde analiz eden bir yaklaşımdır. Bu fikre çoklu çözünürlük analizi adı verilmektedir. Dalgacık dönüşümü ilk olarak Grossman ve Morlet tarafından önerilmiştir. Bu yöntemle yapılan, ana dalgacık olarak adlandırılan bir pencere fonksiyonunun olmasıdır. Bu pencere fonksiyonu yani dalgacık fonksiyonu genişleyebilir,

sıkışabilir ve yatay ekseninde her noktada ötelenebilir olabilir. Buradaki olay şudur ki dalgacık fonksiyonu, sinyalle çarpılır. Eğer dalgacığın genişliği uygun ise sinyalle çarpım sonucunda elde edilen değer büyük bir değerdir ve dönüşümü düzleminde bir noktanın değeridir. Bu dalgacık sinyal üzerinde her noktada kaydırılır, sinyalin şekline göre genişler ya da daralır. Böylece, uygun dönüşüm sonucu dönüşümü düzlemini doldurur (Şekil 2.6) (Addison, 2002).



Şekil 2.6. Dalgacık, sinyal ve dönüşüm düzlemi (Addison, 2002)

Dalgacık dönüşümü ikiye ayrılır. Kesikli değerlerde ise Kesikli Dalgacık Dönüşümü (KDD), sürekli değerlerde ise Sürekli Dalgacık Dönüşümü (SDD) denir.

3. SÜREKLİ DALGACIK DÖNÜŞÜMÜNDE GENELLEŞTİRİLMİŞ MORSE DALGACIĞI KULLANIMI

3.1 Sürekli Dalgacık Dönüşümü (SDD)

SDD daha çok matematikçiler ve fizikçiler tarafından kullanılmaktadır. Bir ana dalgacık fonksiyonunun ötelenmesi ve genişlemesi ile oluşturulan fonksiyonlar sinyalin izdüşümünün alınması ile elde edilir. Ana dalgacık fonksiyonu dalgacıklar yaratmak için kullanılan bir prototip fonksiyondur. Ana dalgacık fonksiyonunun ötelenmesi ve genişlemesi ile dalgacıklar yaratılır (Vetterli & Kovačević, 1995).

Bir boyuttaki ızgara sinyalinin SDD'ü aşağıdaki gibi tanımlanır (Addison, 2002):

$$SDD_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} g^* \left(\frac{x-b}{a} \right) h(x) dx \quad (3.1.1)$$

Burada $g^* \left(\frac{x-b}{a} \right)$, ana dalgacık analiz fonksiyonunun kompleks eşleniği; a ($a > 0$) olmak üzere), ölçek parametresi; b öteleme ; $h(x)$ ise ızgara deseninin bir satırını gösteren (y -piksel), x yönünde değişen tek boyutlu ızgara sinyalini göstermektedir (Meyers, Kelly, & O'Brien, 1993). $g \left(\frac{x-b}{a} \right)$ fonksiyonunun Fourier dönüşümü

$$G(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} g \left(\frac{x-b}{a} \right) \exp(-ix\alpha) dx \quad (3.1.2)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemde $\left(\frac{x-b}{a} \right) = v$ olacak şekilde değişken değiştirilirse;

$$G(\alpha) = a \exp(-ib\alpha) \int_{-\infty}^{\infty} g(v) \exp[-iv(a\alpha)] dv = a \exp(-ib\alpha) G(a\alpha) \quad (3.1.3)$$

elde edilir ve bu denklemin ters Fourier dönüşümünden

$$g\left(\frac{x-b}{a}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} G(a\alpha) a \exp(-ib\alpha) \exp(ixa) d\alpha \quad (3.1.4)$$

bulunur. $g\left(\frac{x-b}{a}\right)$ fonksiyonunun karmaşık eşleniğini denklem (3.1.1)'de yerine yazıldığında

$$SDD_{a,b} = \frac{a}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} G^*(a\alpha) \exp(ib\alpha) \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(x) \exp(-ix\alpha) dx \right] d\alpha \quad (3.1.5)$$

ifadesine ulaşılır. Burada köşeli parantez içerisindeki ifadenin eşiti $H(\alpha)$, $h(x)$ fonksiyonunun Fourier dönüşümüdür. Burada konvolüsyon (harmanlama) işlemi uygulanmıştır. Burada $G(a\alpha)$ analiz dalgacığının Fourieridir. Sonuç olarak, SDD için hesaplanan

$$SDD_{a,b} = \sqrt{a} \int_{-\infty}^{\infty} G^*(a\alpha) H(\alpha) \exp(ib\alpha) d\alpha \quad (3.1.6)$$

denklem ile daha kolay ve hızlı işlemler yapmak mümkün olur (Torrence ve Compo, 1998).

Izgara deseninin bir satırını gösteren (y-piksel), x yönünde değişen tek boyutlu ızgara sinyali

$$h(x) = I_0(x) \left[1 + V(x) \cos(2\pi f_0 x + \varphi(x)) \right] \quad (3.1.7)$$

şeklinindedir. Burada $I_0(x)$ arkaplan parlaklığı, $V(x)$ ızgara deseninin görünürlüğü, $\varphi(x)$ ızgaranın yükseklik değişimini gösteren faz ve f_0 , x yönündeki taşıyıcı frekanstır. Faz değeri $\varphi(x)$, b etrafında Taylor serisine açılırsa;

$$\varphi(x) \cong \varphi(b) + (x-b)\varphi'(b) + \frac{(x-b)^2}{2!}\varphi''(b) + \dots \quad (3.1.8)$$

elde edilir. Bu eşitliğin sağ tarafındaki ikinci terimden sonraki terimler $2\pi f_0 > \left| \frac{d\varphi}{dx} \right|_{max}$ koşuluna göre ihmal edilebilir (Takeda & Mutoh, 1983). Dolayısıyla faz için $\varphi(x) \cong \varphi(b) + (x-b)\varphi'(b)$ yaklaşım kullanılabilir. Denklem (4.1.7)'te ızgara deseninde $\varphi(x)$ yerine yazılırsa

$$h(x) = I_0 \left\{ 1 + V(x) \frac{1}{2} \exp[i(2\pi f_0 x + \varphi(b) + (x - b)\varphi'(b))] + V(x) \frac{1}{2} \exp[-i(2\pi f_0 x + \varphi(b) + (x - b)\varphi'(b))] \right\} \quad (3.1.9)$$

eşitliği bulunur. Ayrıca $I_0(x)$ ve $V(x)$ 'in yavaş değiştiği kabul edilirse, ızgara sinyalinin Fourier dönüşümü, aşağıdaki gibi elde edilir:

$$H(\alpha) = I_0(b)\pi \left\{ 2\pi\delta(\alpha) + V(b) \left[\delta\left(\alpha - f_0 - \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \exp\left(i(\varphi(b) - b\varphi'(b))\right) + \delta\left(\alpha + f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \exp\left(-i(\varphi(b) - b\varphi'(b))\right) \right] \right\} \quad (3.1.10)$$

$H(\alpha)$ denklemi göz önüne alındığında, lokalizasyon özelliğinden dolayı da α 'nın 0'dan küçük olduğu terimler, sinyal ile dalgacığın çarpımı sıfır geleceği için ihmal edilir. Dolayısıyla sadece son terim işleme alınır ve aşağıdaki gibi yazılabilir (Dursun ve diğ., 2004):

$$H(\alpha) = I_0(b)\pi V(b) \left[\delta\left(\alpha - f_0 - \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \exp\left(i(\varphi(b) - b\varphi'(b))\right) \right] \quad (3.1.11)$$

Denklem (3.1.11) ve $G^*(a\alpha)$ 'da hangi dalgacık dönüşümü kullanılırsa denklem (3.1.12)'de yerine konulduğunda 1D SDD aşağıdaki gibi elde edilir:

$$CWT_{a,b} = \sqrt{a} \int_{-\infty}^{\infty} G^*(a\alpha) H(\alpha) \exp(ib\alpha) d\alpha \quad (3.1.12)$$

3.2 Morlet Dalgacığı ile SDD tekniği

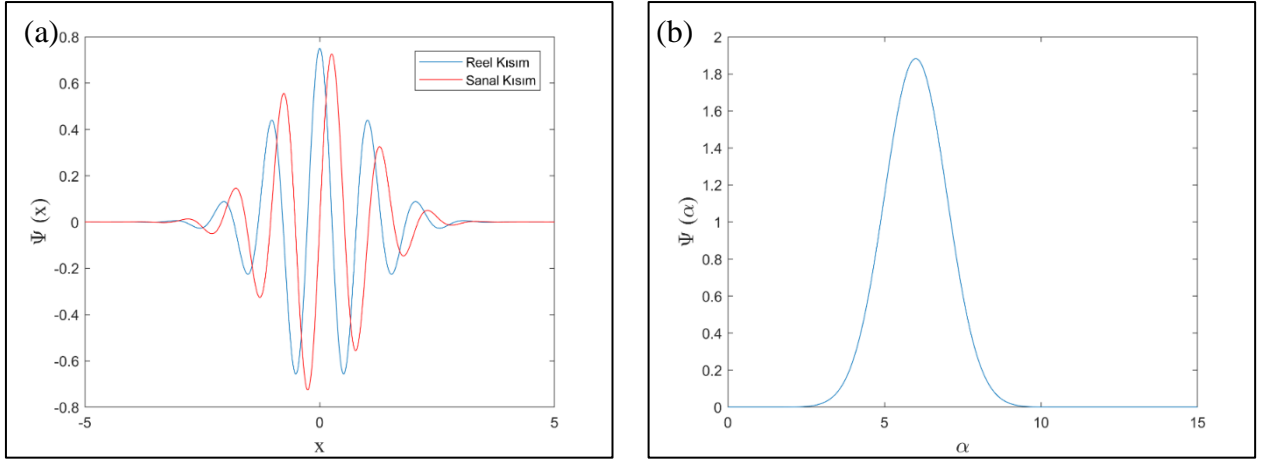
Morlet dalgacığı analitik bir dalgacıktır ve Morlet dalgacığı, jeofizikçi Jean Morlet'in Gabor dönüşümünü Grossman ile birlikte değiştirerek kullanması sonucu ortaya çıkmıştır (Yamamoto & T. L. Lee, 1994). Morlet dalgacığı fonksiyonu şu ifade ile verilmiştir:

$$m(x) = \pi^{1/4} \exp(icx) \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (3.2.1)$$

Burada c , sabit uzaysal frekanstır ve 5 ya da 6 alınır. Bu dalgacık ortogonal değildir, ölçeklendirme fonksiyonu yoktur, sadece sürekli dönüşüme uygundur ve simetriktir. Morlet dalgacığının Fourieri MatLab programı ile hesaplandığında,

$$M(\alpha) = \frac{(2\pi)^{1/2}}{\pi^4} \exp\left[-\frac{(\alpha-c)^2}{2}\right] \quad (3.2.2)$$

şeklinde yazılır. Morlet dalgacığı ve Fourier dönüşümü şekil 3.1'deki grafikte verilmiştir.



Şekil 3.1. (a) x uzayında Morlet dalgacığı ve (b) α uzayında Fourier dönüşümü

Morlet analiz dalgacığının en küçük belirsizliğinin hesaplanması Maple sembolik programla dilinde gerçekleştirilmiştir. x -tanım kümesinde analiz dalgacığının merkezi x_c

$$x_c = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x \left|g\left(\frac{x-b}{a}\right)\right|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \left|g\left(\frac{x-b}{a}\right)\right|^2 dx} \quad (3.2.3)$$

ve bunun varyasyonu

$$(\Delta x)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x-x_c)^2 \left|g\left(\frac{x-b}{a}\right)\right|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \left|g\left(\frac{x-b}{a}\right)\right|^2 dx} \quad (3.2.4)$$

ifadelerinden hesaplanır. Böylece, ızgara sinyalinin $[x_c - \Delta x, x_c + \Delta x]$ aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur.

Benzer şekilde, α - tanım kümesinde, analiz dalgacık fonksiyonunun merkezi

$$\alpha_c = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \alpha |G(a\alpha)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{\infty} |G(a\alpha)|^2 d\alpha} \quad (3.2.5)$$

ve bunun varyasyonu

$$(\Delta \alpha)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\alpha - \alpha_c)^2 |G(a\alpha)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{\infty} |G(a\alpha)|^2 d\alpha} \quad (3.2.6)$$

denklemlerinden elde edilir. x -tanım kümesinde olduğu gibi, α - tanım kümesinde ızgara sinyalinin $[\alpha_c - \Delta \alpha, \alpha_c + \Delta \alpha]$ aralığında yoğunlaştığı bilgisine ulaşılır. Bu hesaplamalar yapıldığında, $(\Delta x)^2 = \frac{a^2}{2}$ ve $(\Delta \alpha)^2 = \frac{1}{2a^2}$ elde edilir. Böylece, Morlet dalgacığının en küçük belirsizliği $\Delta x \Delta \alpha = \frac{1}{2}$ olarak bulunur (Dursun et al., 2004).

Lokalizasyon özelliğine göre $\alpha \leq 0$ durumunda $M(a\alpha) = 0$ olur. Bu koşul baz alınarak, denklem (3.1.11) ve (3.2.2), denklem (3.1.12)'de yerine yazılırsa tek boyutlu sinyali için SDD

$$CWT_{a,b} = I_0(b)V(b)\pi^{\frac{5}{4}}\sqrt{2a} \left[\frac{[\alpha(2\pi f_0 + \varphi'(b)) - c]^2}{2} \right] \exp[i\varphi(b) + 2\pi f_0(b)] \quad (3.2.7)$$

olur. Hesaplanan $CWT_{a,b}$ denklemi, $A \exp(i(\omega t + \varphi))$ formunda bir dalga denklemidir. Bu nedenle denklem (3.2.7)'in gerçel kısmı genliği, eksponansiyel kısmın içi de fazı verir. Faz değeri $\varphi(b) = \arctan \left[\frac{ImW}{ReW} \right]$ şeklinde hesaplanır. Buna ‘‘SDD faz yöntemi’’ denir. Yüzeyin her noktası için faz yöntemiyle hesaplanan faz teriminde gürültü dışında süreksizlik oluşturan farklı bir etken

daha vardır. Faz farkı $-\pi$ ile $+\pi$ aralığında değiştiği için birbirini takip eden iki faz bilgisi arasında 2π değerinden daha büyük bir değişim görülebilir. Bu değişim beklenmeyen bir durumdur. Trigonometrik olarak $\alpha=\alpha+2\pi$ olduğundan, takip eden faz değerine 2π eklenerek ya da çıkarılarak bu süreksizlik ortadan kaldırılabilir. Bu işlem bilgisayar programında bulunan *unwrap* komutuyla gerçekleştirilebilir (Kocahan, Coşkun, & Özder, 2014; Özder, Coşkun, Köysal, & Kocahan, 2007).

$|CWT_{a,b}|$ mutlak değerini almak boyutunu bulmak demektir. Bu durumda denklemin

$$|CWT_{a,b}| = [CWT_{a,b} * CWT_{a,b}]^2 \quad (3.2.8)$$

sanal kısmı eşleniğiyle çarpıldığında 1 verecektir. Dolayısıyla a_{max} maksimum ölçek parametresi,

$$a_{max}(b) = \frac{c + \sqrt{c^2 + 2}}{2[2\pi f_0 + \varphi'(b)]} \quad (3.2.9)$$

olarak bulunur. Fourier dönüşümünde zorunlu olarak yapılan faz düzeltme işlemine gerek kalmadan, doğrudan, bu eşitlikle fazın gradyanının $\varphi'(b)$ integralinden, o satır için faz dağılımı bulunmuş olur. Bu teknik, “SDD faz gradyan yöntemi” olarak adlandırılır (Dursun et al., 2004).

3.3 Paul dalgacı ile SDD tekniği

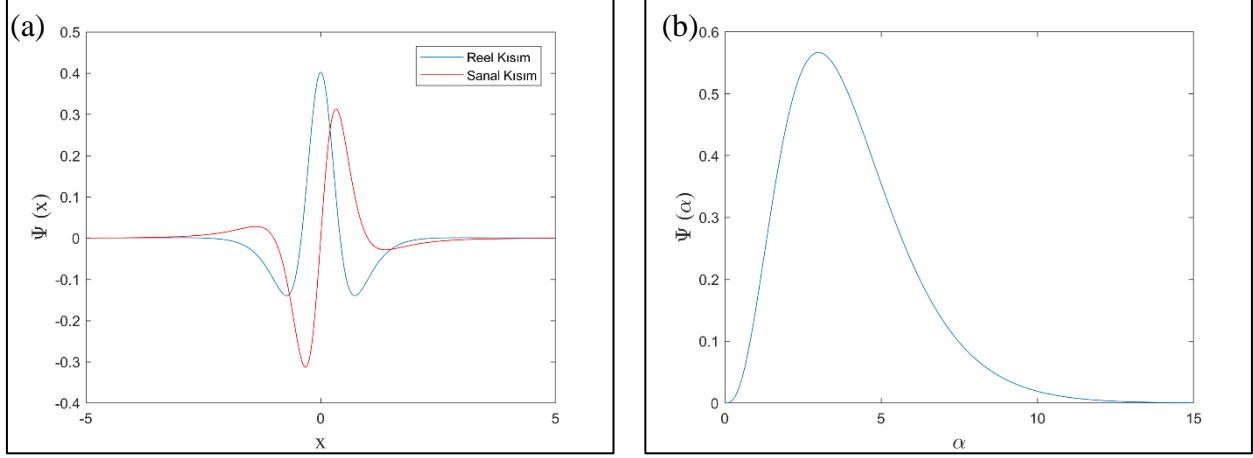
Paul ana dalgacı aşağıdaki gibi tanımlanır (Afifi ve diğ., 2002);

$$p(x) = \frac{1}{a^{1/2}} \frac{2^n n! (1-ix)^{-(n+1)}}{2\pi \left(\frac{(2n)!}{2}\right)^{1/2}} \quad (3.3.1)$$

Burada n, Paul dalgacığının derecesini göstermektedir. Bu dalgacığın Fourier dönüşümü;

$$P(a\alpha) = \frac{2^n}{(n(2n-1)!)^{\frac{1}{2}}} (a\alpha)^n \exp(-a\alpha) U(\alpha) \quad (3.3.2)$$

Buradaki $U(\alpha)$ Heaviside fonksiyonudur. Paul dalgacığı ve bunun Fourier dönüşümü grafiğı aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.2. (a) x uzayındaki Paul dalgacığı ($m=3$) ve (b) Fourier dönüşümü

Paul analiz dalgacığının en küçük belirsizliğinin hesaplanması Maple sembolik programlama dilinde gerçekleştirilmiştir. x -tanım kümesinde, denklem (3.2.3) ve (3.2.4) kullanılarak Paul ana dalgacığının merkezi x_c ve bunun varyasyonu bulunur. Böylece, ızgara sinyalinin $[x_c - \Delta x, x_c + \Delta x]$ aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur. Benzer işlemler denklem (3.2.5) ve (3.2.6) α - tanım kümesinde tekrarlanarak, Paul ana dalgacık fonksiyonunun merkezi ve bunun varyasyonu hesaplanır. x -tanım kümesinde olduğu gibi, α - tanım kümesinde ızgara sinyalinin $[\alpha_c - \Delta\alpha, \alpha_c + \Delta\alpha]$ aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur. Bu durumda, $(\Delta x)^2 = \frac{a^2}{2n-1}$ ve $(\Delta\alpha)^2 = \frac{1}{2a^2}$ değerlerinden, Paul dalgacığının en küçük belirsizliği $\Delta x \Delta\alpha = \frac{1}{2} \sqrt{(2n+1)/(2n-1)}$ olarak hesaplanabilir ve dalgacığın n derecesine göre değişmektedir (Coşkun & Özder, 2011).

Lokalizasyon özelliğine göre $\alpha \leq 0$ durumunda $P(a\alpha) = 0$ olur. Bu koşul baz alınarak, denklem (3.1.11) ve (3.3.2), denklem (3.1.12)'de yerine yazılırsa tek boyutlu sinyali için SDD

$$CWT_{a,b} = \frac{I_0(b)V(b)a^{n+\frac{1}{2}}[2\pi f_0+\varphi'(b)]^n \exp[-a(2\pi f_0+\varphi'(b))]}{(2n)!} \exp\{i[\varphi(b) + 2\pi f_0 b]\} \quad (3.3.3)$$

olur. Faz değeri $\varphi(b) = \arctan \left[\frac{ImW}{ReW} \right]$ şeklinde hesaplanır. SDD faz yöntemi ile hesaplanan faz bilgisine faz düzeltme işlemi uygulanarak gerçek faz değerlerine ulaşılır.

Faz gradyan yöntemi için Morlet dalgacığı bölümünde verilen hesaplamaların benzerleri yapılarak a_{max} maksimum ölçek parametresi

$$a_{max}(b) = \frac{2n+1}{2[2\pi f_0+\varphi'(b)]} \quad (3.3.4)$$

bulunur. Bu eşitlikle fazın gradyanının $\varphi'(b)$ integralinden, o satır için faz dağılımı bulunmuş olur.

3.4 Sıfıncı Dereceden Genelleştirilmiş Morse Dalgacığı

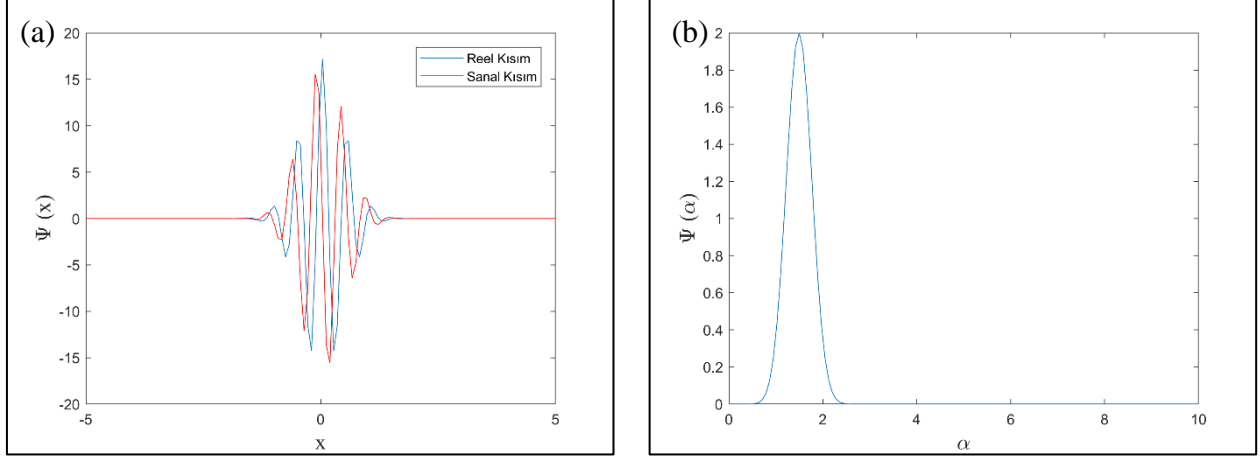
Sıfıncı dereceden GMD'nın Fourier dönüşümü aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\hat{\psi}_{\beta,\gamma}(a\alpha) = U(\alpha)N_{\beta,\gamma}(a\alpha)^\beta \exp[-(a\alpha)^\gamma] \quad (3.4.1)$$

Burada yine $U(\alpha)$, Heaviside fonksiyonudur. GMD γ ve β şeklinde değişen iki parametreye bağlı olarak tanımlanır (Jonathan M. Lilly & Olhede, 2010; Olhede & Walden, 2002). Dolayısıyla birden fazla serbestlik derecesi sağlayan γ ve β değişen parametrelerdir. $N_{\beta,\gamma}$ normalizasyon sabitidir ve

$$N_{\beta,\gamma} = 2 \left(\frac{e\gamma}{\beta} \right)^{\beta/\gamma} \quad (3.4.2)$$

yazılabilir. Burada e , Euler numarasıdır. GMD ve bunun Fourier dönüşümü grafiği aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.3. (a) x uzayındaki; (b) α uzayındaki GMD $((\gamma, \beta) = (3, 10))$.

GMD'nın en küçük belirsizliği için, x -tanım kümesinde denklem (3.2.3) ve (3.2.4) kullanılarak dalgacığın merkezi x_c ve bunun varyasyonu bulunur. Böylece, ızgara sinyalinin $[x_c - \Delta x, x_c + \Delta x]$ aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur. Benzer işlemler denklem (3.2.5) ve (3.2.6) α - tanım kümesinde tekrarlanarak, dalgacık fonksiyonunun merkezi ve bunun varyasyonu hesaplanır. x -tanım kümesinde olduğu gibi, α - tanım kümesinde ızgara (Karaoglu, 1997) (Karaoglu, 1997) sinyalinin $[\alpha_c - \Delta\alpha, \alpha_c + \Delta\alpha]$ aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur. Buradan

$$(\Delta x)^2 = \frac{1}{2^{-(2\beta+1)/\gamma} \Gamma\left(\frac{2\beta+1}{\gamma}\right)} \left\{ \beta^2 \frac{1}{2^{-(2\beta+1)/\gamma}} \Gamma\left(\frac{2\beta-1}{\gamma}\right) + \gamma^2 \frac{1}{2^{(2\beta+2\gamma-1)/\gamma}} \Gamma\left(\frac{2\beta+2\gamma-1}{\gamma}\right) \right\}$$

$$-2\beta\gamma \frac{1}{2^{(2\beta+2\gamma-1)/\gamma}} \Gamma\left(\frac{2\beta+2\gamma-1}{\gamma}\right) \quad (3.4.3)$$

ve

$$(\Delta\alpha)^2 = 2^{(-2/\gamma)} \left\{ \frac{\Gamma\left(\frac{2\beta+3}{\gamma}\right)}{\Gamma\left(\frac{2\beta+1}{\gamma}\right)} - \left[\frac{\Gamma\left(\frac{2\beta+2}{\gamma}\right)}{\Gamma\left(\frac{2\beta+1}{\gamma}\right)} \right]^2 \right\}. \quad (3.4.4)$$

olarak elde edilir (J.M. Lilly & Olhede, 2009). GMD, Morlet ve Paul dalgacıklarının belirsizlik değerleri Tablo 1 de karşılaştırılmıştır.

Tablo 1. Farklı β ve γ değerleri için GMD belirsizlik değerlerinin, farklı n değerleri için Paul ve Morlet dalgacıklarının belirsizlik değerleriyle karşılaştırılması

γ	GMD				Paul Dalgacığı					Morlet Dalgacığı
	β				n					
	3	5	7	10	10	20	30	40	50	
3	0.50	0.50	0.50	0.50						
5	0.51	0.51	0.51	0.50	0.53	0.51	0.51	0.51	0.51	0.50
7	0.53	0.52	0.52	0.51						
10	0.57	0.55	0.54	0.53						

GMD'nın lokalizasyon özelliğine göre $\alpha \leq 0$ iken $\widehat{\Psi}_{(\beta,\gamma)}(a\alpha) = 0$ olur. Bu koşullar göz önüne alınarak, (3.1.12) de GMD'nın Fourier dönüşümü (denklem (3.4.1)) ve ızgara sinyali (denklem (3.1.11)) yerine yazıldığında, dönüşüm aşağıdaki gibi elde edilir:

$$CWT_{a,b} = Aa^{\beta+\frac{1}{2}} \exp\left(-\left(af_0 + a\frac{\varphi'}{2\pi}\right)^\gamma\right) \exp\left(i\left(\varphi - b\varphi' + bf_0 + b\frac{\varphi'}{2\pi}\right)\right) \quad (3.4.5)$$

Buradan, fazı belirlemek için iki yöntem vardır. İlk yöntemde, faz değeri $\varphi(b) = \arctan \left[\frac{ImW}{ReW} \right]$ şeklinde hesaplanır. SDD faz yöntemi ile hesaplanan faz bilgisine faz düzeltme işlemi uygulanarak gerçek faz değerlerine ulaşılır.

İkinci yöntem ise SDD faz gradyan yöntemidir. $CWT_{a,b}$ denklemi dalga denklemi olduğundan gerçel kısmı genliği, eksponansiyel kısmın içi de fazı verir.

$$|CWT_{a,b}| = [CWT_{a,b} * CWT_{a,b}]^2 \quad (3.4.6)$$

$$|CWT_{a,b}| = \left[2\pi I_0(b) V(b) \left(\frac{\gamma}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\gamma}} \left[\exp \left(\frac{\beta}{\gamma} \right) \right] \left(\frac{\beta}{\gamma} \right) \left(f_0 + \frac{\varphi'}{2\pi} \right)^\beta \right] \left\{ a^{2\beta+1} \left[\exp \left(-2a^\gamma \left(f_0 + \frac{\varphi'}{2\pi} \right)^\gamma \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (3.4.7 a)$$

$$|CWT_{a,b}| = C_1 \left\{ a^{2\beta+1} \left[\exp \left(-2a^\gamma \left(f_0 + \frac{\varphi'}{2\pi} \right)^\gamma \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (3.4.7 b)$$

a_{max} 'ı bulmak için eşitlik (3.4.7 a) ye göre 1. dereceden türev alınır.

$$\frac{d}{da} |CWT_{a,b}| = C_1 \left\{ \frac{d}{da} \left(a^{2\beta+1} \left[\exp \left(-2a^\gamma \left(f_0 + \frac{\varphi'}{2\pi} \right)^\gamma \right) \right] \right) \right\}^{1/2} \quad (3.4.8)$$

$$\frac{d}{da} |CWT_{a,b}| = C_1 \left\{ \frac{a^{2\beta(2\beta+1)} \exp \left(-2a^\gamma \left(f_0 + \frac{\varphi'}{2\pi} \right)^\gamma \right) - 2\gamma a^{\gamma-1} a^{2\beta+1} \exp \left(-2a^\gamma \left(f_0 + \frac{\varphi'}{2\pi} \right)^\gamma \right)}{2 \left[a^{2\beta+1} \exp \left(-2a^\gamma \left(f_0 + \frac{\varphi'}{2\pi} \right)^\gamma \right) \right]^{1/2}} \right\} \quad (3.4.9)$$

Denklem (3.4.9) sıfıra eşitlenir ve a için çözümlenirse a_{max} ifadesi aşağıdaki gibi olur.

$$a_{max} = \left(\frac{2\beta+1}{2\gamma} \right)^{1/\gamma} \frac{2\pi}{2\pi f_0 + \varphi'(b)} \quad (3.4.10)$$

Bu ifadeden elde edilen fazın gradyanının $\varphi'(b)$ integrali alındığında, o satır için faz dağılımı bulunmuş olur.

4. SIMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde, 3. bölümde teorik olarak açıklanan 1D SDD dönüşümü ile profil belirleme tekniklerinin uygulanabilirliğini göstermek amacıyla, x yönünde taşıyıcı frekans ile elde edilen bir yönde değişen ızgara deseni kullanılarak, bilgisayar ortamında üretilen simülasyon veriler ile simülasyon çalışmaları yapılmıştır. Bilgisayar ortamındaki bütün işlemler MATLAB paket programında gerçekleştirilmiştir.

1D SDD algoritmasını test etmek amacıyla, aşağıdaki denklem (4.1)'de verilen ve şekil 4.1'de gösterilen faz fonksiyonu kullanılmıştır:

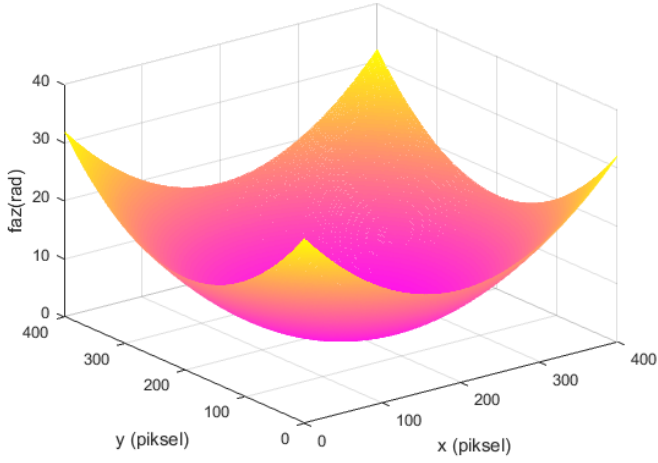
$$\varphi(x, y) = 0.0004[(x - 200)^2 + (y - 200)^2]. \quad (4.1)$$

Denklem (3.1.7) ile verilen ızgara fonksiyonunda, arka plan parlaklığı $I_0(x, y) = 1.0$, ızgara görünürlüğü $V(x, y) = 1.0$ ve taşıyıcı frekansı $f_0 = 0.2$ (1/piksel) kabul edilerek,

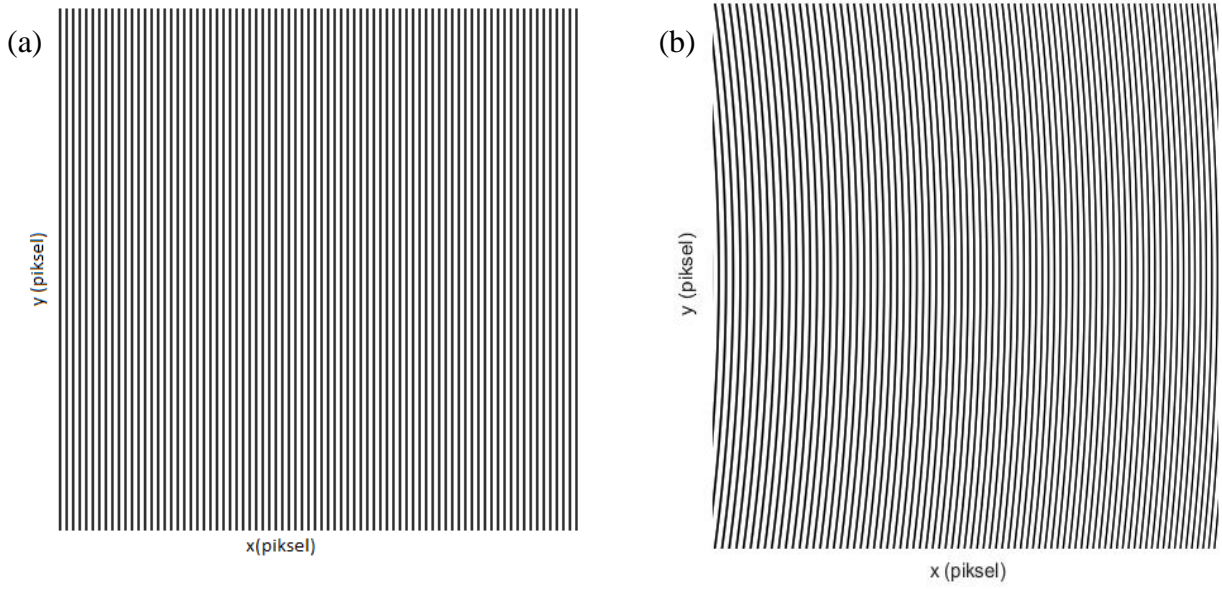
$$h(x, y) = 1 + \cos(1,26x + \varphi(x, y)) \quad (4.2)$$

şeklinde tekrar yazılabilir. Bu denklem ızgara fonksiyonunda $\varphi(x, y)$ kadar bir faz kayması meydana geldiğini göstermektedir. Bu denklemde faz yerine yazıldığında elde edilen ızgara deseni şekil 4.2 (a) 'da çizilmiştir.

Denklem (4.2) ile verilen ızgara deseninden 1D SDD yönteminde GMD, Morlet, ve Paul dalgacıkları kullanılarak her satır için faz değerleri, faz ve faz gradyan yöntemleriyle hesaplanmış ve doğru faz bilgileri elde edilmiştir. Bu işlem GMD'nin değişken parametreleri β ve γ [1,10] aralığında alınarak tekrarlanmıştır. En az hata ile sonuç veren parametrelerin belirlenmesi için faz hataları, hesaplanan faz değerleri ile simüle edilen faz değerleri arasındaki farkların mutlak değeri bulunarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.1. Simülasyon fazı

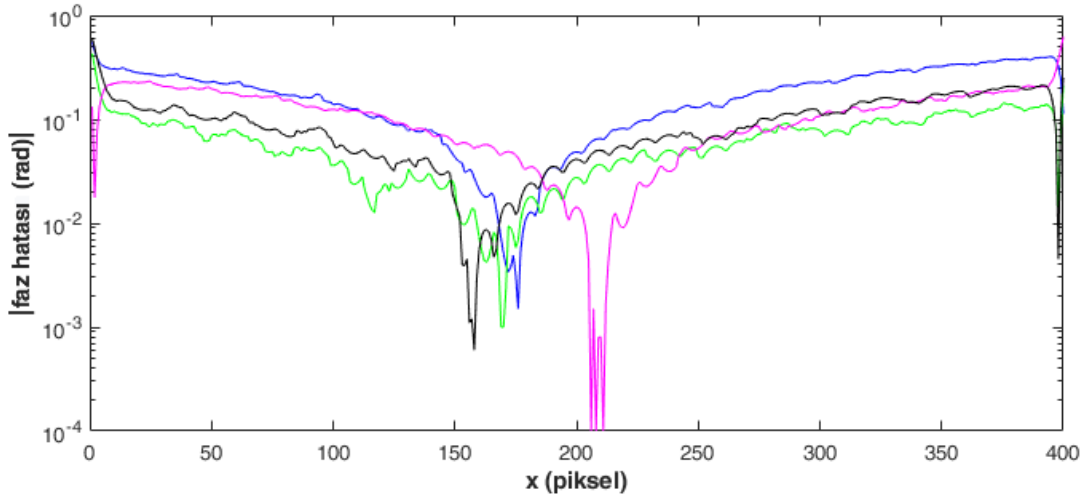


Şekil 4.2 (a) Faz kaymasının sıfır olduğu durumda, x yönünde tek taşıyıcı frekansla oluşturulmuş ızgara sinyalinin iki boyutlu görünümü (b) faz kaymasından kaynaklanan ızgara deseni.

4.1 1D SDD Faz-Gradyan Yöntemi

1D SDD faz-gradyan yönteminde GMD, Morlet ve Paul dalgacıkları kullanılarak, denklem (4.2) ile verilen ızgara deseninin her bir satır için fazın gradyanı hesaplanmıştır. Faz gradyan değeri integre edilerek faz bilgilerine ulaşılmış ve GMD'nin β ve γ değişken parametreleri [1, 10] aralığında alınarak bu işlem tekrarlanmıştır. Ez az hata ile sonuç veren GMD parametrelerinin belirlenmesi için faz hataları Tablo 2'de karşılaştırılmıştır.

Tablo 1'de verilen belirsizlik değerleri incelendiğinde, en iyi çözünürlüğü $\gamma = 3$ değerinin verdiği ortaya çıkmaktadır. Test fazı ile GMD, Paul (n=10, 20, 30, 40, 50) ve Morlet dalgacıkları kullanılarak 1D SDD faz gradyan yönteminden hesaplanan faz hataları farklı piksel numaraları için tablo 2'de verilmektedir. Bu tablodan da görülebileceği gibi GMD'nda γ ve β değerleri değiştiğinde yapılan faz hesaplarının hassasiyeti değişmektedir. Bu da GMD kullanırken hangi γ ve β parametresinin seçileceği ile ilgili bilgi verir. Şekil 4.3'de, $y=200$ satırı için $\gamma = 3$ ve $\beta = 3, 5, 7, 10$ parametreleri kullanıldığında ortaya çıkan faz hataları gösterilmektedir. Şekil 4.3 ve tablo 2 göz önünde bulundurularak 1D SDD faz gradyan yöntemi ile GMD (γ, β) = (3, 3), Morlet ve Paul (n=50) dalgacıkları kullanılarak elde edilen faz dağılımları simülasyon sonuçları Şekil 4.4, Şekil 4.5, Şekil 4.6'de verilmektedir.

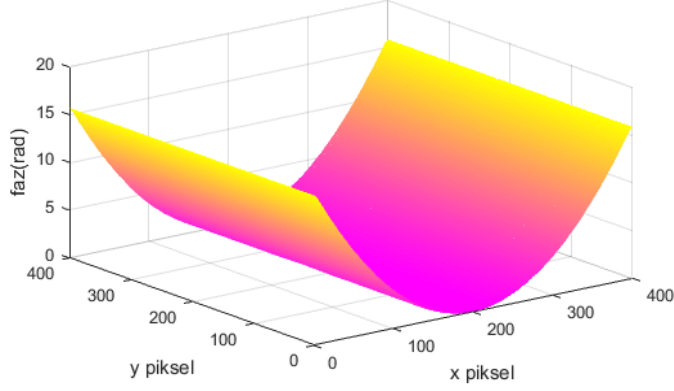


Şekil 4.3. $y = 200$ 'de GMD ile 1D SDD faz gradyan yöntemiyle bulunan faz hataları ($\gamma = 3$ ve $\beta = 3$ (mavi), $\beta = 5$ (yeşil), $\beta = 7$ (pembe) ve $\beta = 10$ (siyah)).

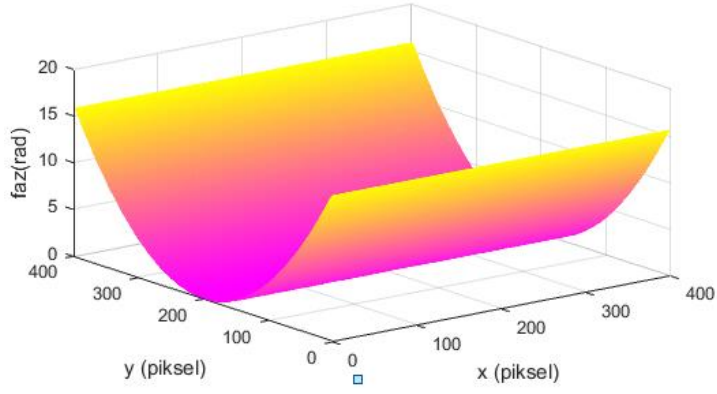
Tablo 2. 1D SDD faz gradyan yönteminde GMD, Paul (n=10, 20, 30, 40, 50) ve Morlet dalgacıkları kullanılarak farklı piksel değerleri için hesaplanan faz hataları.

		Piksel numarası (X×Y)			
GMD		50 × 50	100×100	200×200	300×300
γ	β				
3	3	0.7591	0.3117	0.0095	0.3307
	5	0.3066	0.3854	0.0000	1.0191
	7	1.0537	0.8711	0.0000	1.5428
	10	1.5845	0.9140	0.0231	0.9831
5	3	0.2833	0.2060	0.0000	0.7876
	5	2.1735	1.2715	0.0212	0.5499
	7	0.6033	0.8082	0.0211	0.6948
	10	0.9883	0.0954	0.00215	0.8281
7	3	1.3978	0.4239	0.0395	1.5630
	5	2.2666	0.9912	0.0381	1.0613
	7	3.3394	1.7434	0.0387	0.2522
	10	3.3753	1.7618	0.0200	0.3245
10	3	5.1419	2.2588	0.0193	2.4355
	5	5.1847	2.2836	0.0234	2.4089
	7	5.2796	2.3445	0.0160	2.3245
	10	5.3065	2.3648	0.0263	2.3245
Paul (n)					
10		2.1806	0.8552	0.1146	1.3283
20		1.6835	0.6275	0.1095	0.9102
30		0.7971	0.5836	0.1988	0.7823
40		0.6484	0.4886	0.1893	0.5534
50		0.5731	0.4755	0.1826	0.4001
Morlet					
		0.6627	0.4445	0.3581	0.7494

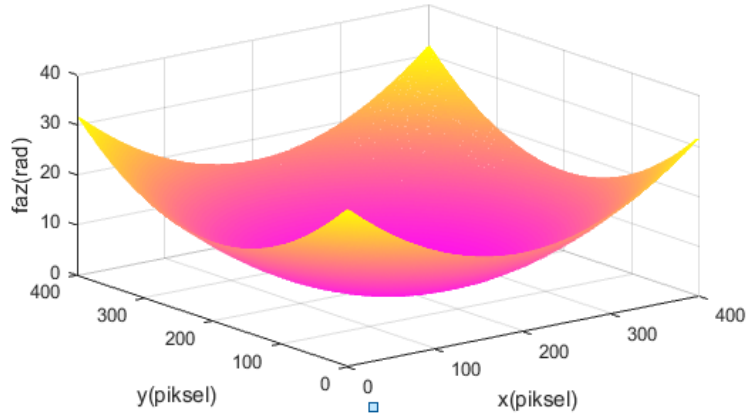
(a)



(b)

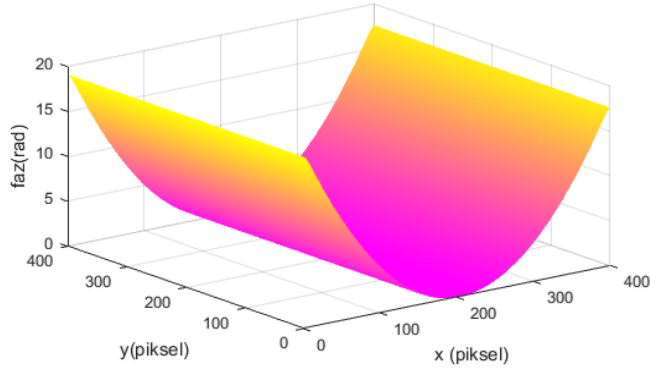


(c)

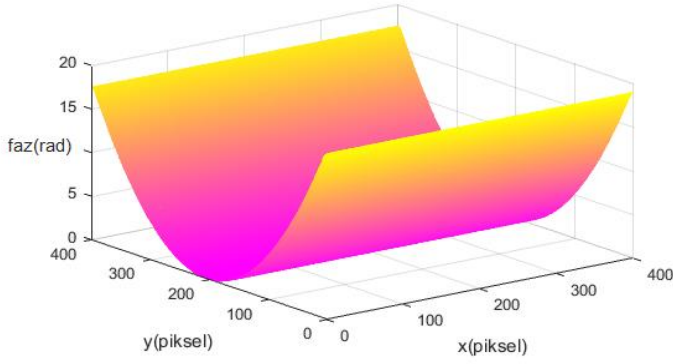


Şekil 4.4. Simülasyon ızgara deseninin $\beta = 3$ ve $\gamma = 3$ değişken parametreleri kullanılarak GMW ile 1D SDD faz gradyan yöntemiyle bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni; (c) toplam faz $\varphi(x, y)$.

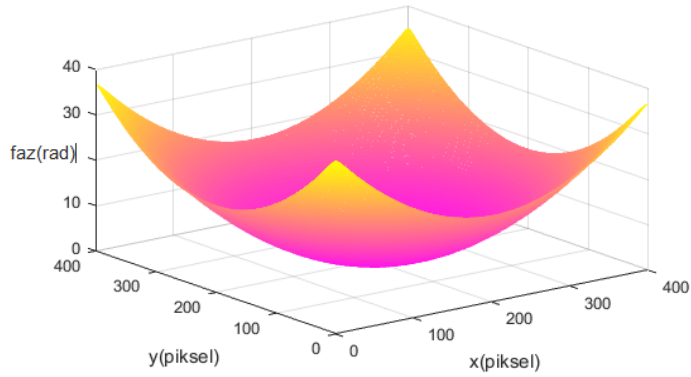
(a)



(b)

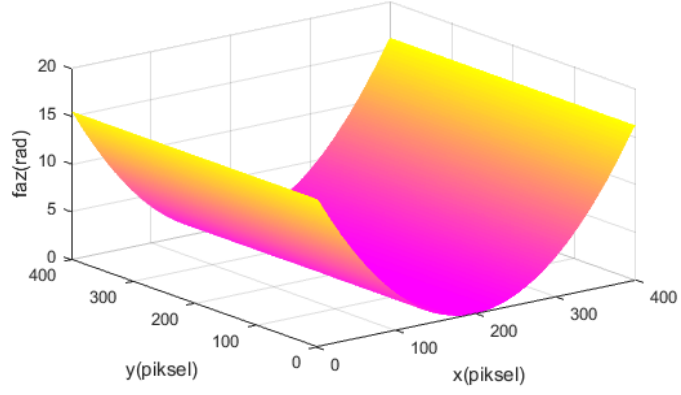


(c)

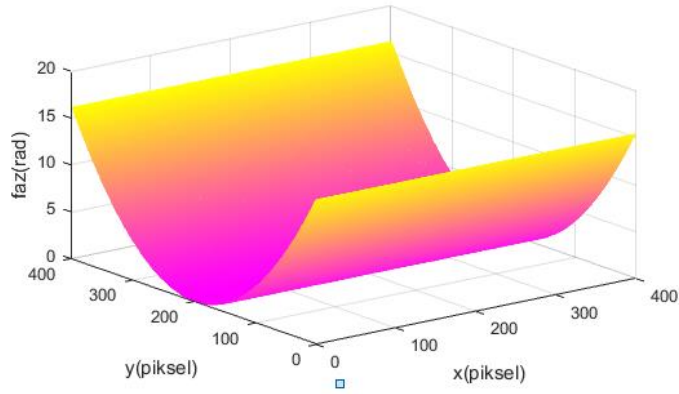


Şekil 4.5. Simülasyon ızgara deseninin Morlet ana dalgacığı ile 1D SDD faz-gradyan yönteminden bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni; (c) toplam faz $\varphi(x, y)$.

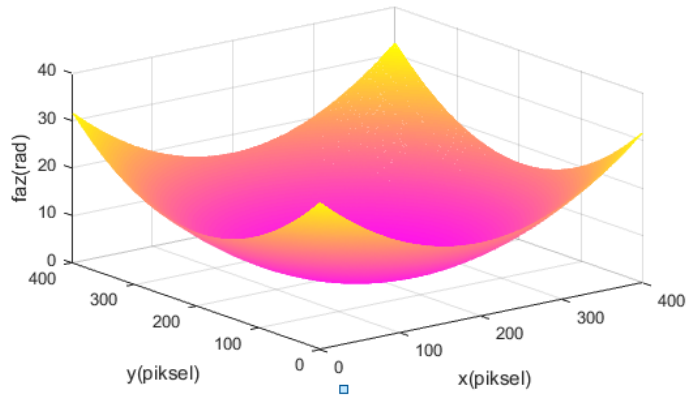
(a)



(b)



(c)

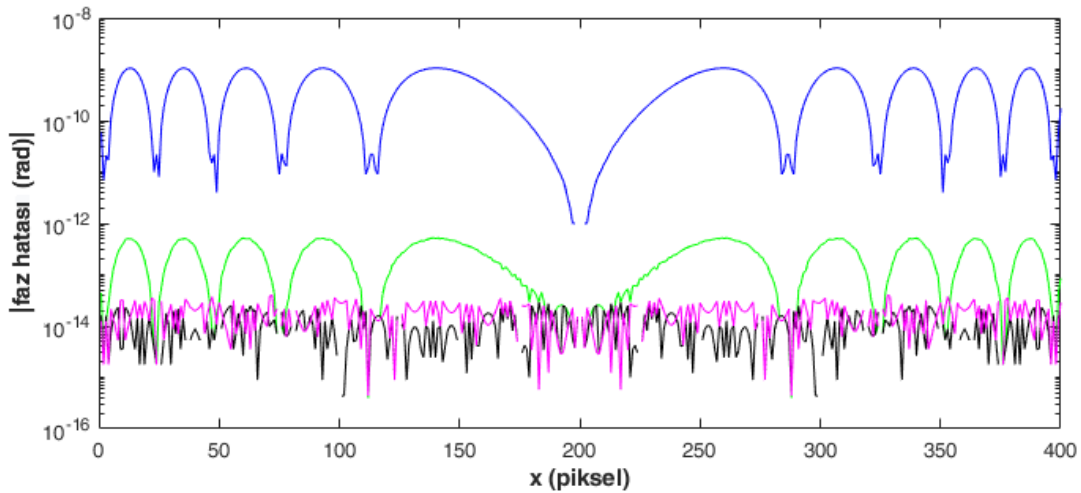


Şekil 4.6. Simülasyon ızgara deseninin Paul ana dalgacı (n=50) ile 1D SDD faz-gradyan yönteminden bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni; (c) toplam faz $\varphi(x, y)$.

4.2 1D SDD Faz Yöntemi

Denklem 4.2 ile verilen ızgara deseninden GMD, Morlet ve Paul dalgacıkları kullanılarak 1D SDD faz yöntemiyle her satır için faz değerleri hesaplanmış ve faz düzeltme işlemiyle doğru faz bilgileri elde edilmiştir. Bu işlem GMD'nin değişken parametreleri β ve γ [1,10] aralığında alınarak tekrarlanmıştır. En az hata ile sonuç veren parametrelerin belirlenmesi için faz hataları, hesaplanan faz değerleri ile simüle edilen faz değerleri arasındaki farkların mutlak değeri bulunarak değerlendirilmiştir.

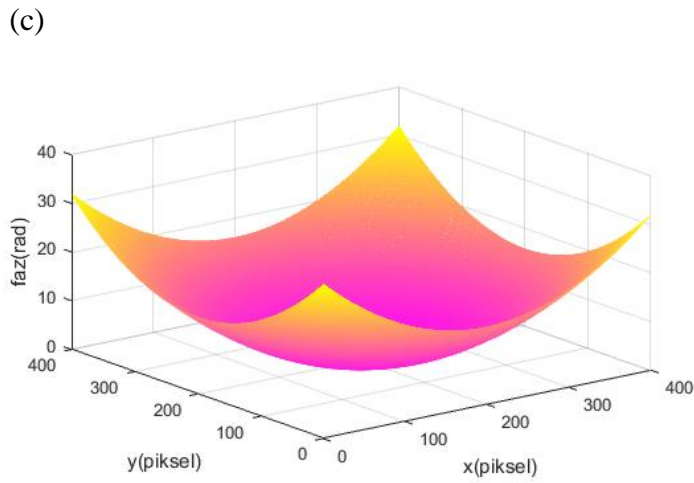
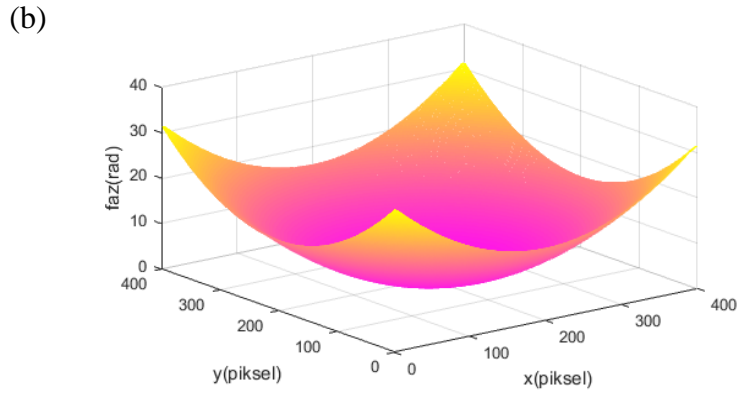
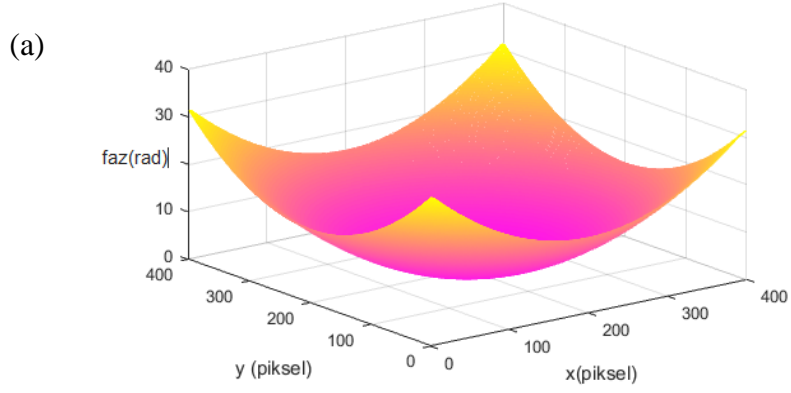
Tablo 1'de verilen belirsizlik değerleri incelendiğinde, en iyi çözünürlüğü $\gamma = 3$ değerinin verdiği ortaya çıkmaktadır. Test fazı ile GMD, Morlet ve Paul (n=10, 20, 30, 40, 50) dalgacıkları kullanılarak 1D SDD faz yöntemiyle hesaplanan faz hataları farklı piksel numaraları için tablo 3'de verilmektedir. Bu tablodan da görüleceği gibi GMD'nda γ ve β değerleri değiştiğinde yapılan faz hesaplarının hassasiyeti değişmektedir. Bu da GMD'yi kullanırken hangi γ ve β parametresinin seçileceği ile ilgili bilgi verir. Şekil 4.7'de, $y=200$ satırı için $\gamma = 3$ ve $\beta = 3, 5, 7, 10$ parametreleri kullanıldığında ortaya çıkan faz hataları gösterilmektedir. Şekil 4.7, Tablo 1 ve Tablo 3 göz önünde bulundurularak $(\gamma, \beta) = (3, 10)$ olarak seçilmiştir. 1D SDD faz yöntemiyle GMD $(\beta, \gamma) = (3, 10)$, Morlet ve Paul (n=10) dalgacıkları kullanılarak elde edilen faz düzeltme işlemi uygulanmış faz dağılımları simülasyon sonuçları Şekil 4.8'da verilmektedir.



Şekil 4.7. $y = 200$ 'de GMD ile 1D SDD faz yöntemiyle bulunan faz hataları ($\gamma = 3$ ve $\beta = 3$ (mavi), $\beta = 5$ (yeşil), $\beta = 7$ (pembe) ve $\beta = 10$ (siyah)).

Tablo 3. Simülasyon çalışmasında, dört farklı piksel numarası için 1D SDD faz yöntemi kullanılarak farklı β ve γ değerleri için sıfırıncı dereceden GMD, Paul (n=10, 20, 30, 40, 50) ve Morlet dalgacıkları için bulunan mutlak faz hataları.

		Piksel numarası (X×Y)			
GMW		50 × 50	100×100	200×200	300×300
γ	β				
3	3	5.34×10^{-4}	3.51×10^{-4}	0.000	2.77×10^{-4}
	5	8.94×10^{-4}	5.61×10^{-4}	0.000	4.57×10^{-4}
	7	0.001	7.74×10^{-4}	0.000	6.29×10^{-4}
	10	0.001	0.000	0.000	8.93×10^{-5}
5	3	0.0010	6.13×10^{-4}	0.000	4.40×10^{-4}
	5	0.014	7.67×10^{-4}	0.000	8.92×10^{-4}
	7	0.022	0.0013	0.000	9.7310^{-4}
	10	0.0031	0.019	0.000	0.0014
7	3	0.0015	8.78×10^{-4}	0.000	5.72×10^{-4}
	5	0.0018	0.0014	0.000	9.28×10^{-4}
	7	0.0026	0.0020	0.000	0.0019
	10	0.0036	0.0027	0.000	0.0026
10	3	0.0016	0.0014	0.000	0.0014
	5	0.0036	0.0020	0.000	0.0011
	7	0.0035	0.0013	0.000	0.0030
	10	0.0070	0.0040	0.000	0.0022
Paul (n)					
10		5.53×10^{-4}	3.33×10^{-4}	0.000	2.98×10^{-4}
20		0.001	6.73×10^{-4}	0.000	6.03×10^{-4}
30		0.002	0.001	0.000	9.10×10^{-4}
40		0.002	0.001	0.000	0.001
50		0.003	0.001	0.000	0.002
Morlet					
		0.002	0.001	0.000	8.31×10^{-4}



Şekil 4.8. 1D SDD faz yönteminde (a) GMD ($(\gamma, \beta) = (3, 10)$), (b) Morlet ve (c) Paul ($n=10$) dalgacıkları kullanılarak elde edilen faz düzeltme işlemi uygulanmış faz dağılımı.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, tek yönde taşıyıcı frekans kullanılarak oluşturulan ızgara deseninden 1D SDD faz ve faz gradyan yöntemlerinde GMD kullanılarak faz hesaplanması için algoritmanın geliştirilmesi sunulmuştur. GMD, değişken iki parametreye sahiptir ve bu parametrelerin değişmesi lokalizasyon özelliğini etkilemektedir. Lokalizasyonun değişmesi hesaplanan faz değerlerinde değişime neden olmaktadır. Tablo 1’de verilen belirsizlik değerleri ışığında $\gamma = 3$ en iyi belirsizlik değerini verdiği için seçilmiştir.

1D SDD faz gradyan yöntemiyle gerçekleştirilen simülasyon çalışmasıyla oluşturulan tablo 2’ye göre; GMD için, γ ve β değerleri değiştiğinde hesaplanan faz hatası değeri değişmektedir. Bu da göstermektedir ki lokalizasyonun değişmesi hesaplanan faz değerlerinde değişime neden olmaktadır. Faz hesaplama işlemi simülasyon fazı ile $\gamma = 3$ için farklı β değerleriyle tekrarlanmış ve β ’nin artan değerleri için faz hatasının azaldığı görülmüştür. Bu nedenle GMD’nin değişken parametreleri $(\gamma, \beta) = (3, 3)$ olarak seçilmiştir. Simülasyon çalışması Paul ve Morlet dalgacıkları ile de tekrarlanmış ve sonuçlar tablo 2’de karşılaştırılmıştır.

Benzer simülasyonlar 1D SDD faz yöntemi ile de tekrarlanmıştır. Bu hesaplama göstermektedir ki; $\gamma = 3$ olarak alındığında β ’nin artan değerleri için faz hatası azalmaktadır. Şekil 4.6’da, $y=100$ satırı için $\gamma = 3$ ve $\beta = 3, 5, 7, 10$ parametreleri kullanıldığında ortaya çıkan faz hataları gösterilmektedir. Bu sonuçlar değerlendirilerek GMD’nün değişken parametreleri $(\gamma, \beta) = (3, 10)$ olarak seçilmiştir. 1D SDD faz yönteminde GMD $((\gamma, \beta) = (3, 10))$, Morlet ve Paul $(n=10)$ dalgacıkları kullanılarak elde edilen faz düzeltme işlemi uygulanmış faz dağılımları simülasyon sonuçları tablo 3’de karşılaştırılmıştır. Buradan da görülebileceği gibi en düşük faz hatası değeri 1D SDD faz yönteminde GMD kullanımında elde edilmiştir. Böylece, tez çalışmasının hedefi olan daha düşük hata ile faz hesaplanması gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmada simülasyonları hazırlanan algoritma ile ızgara desenli gerçek bir cisim görüntünden faz değeri hesaplanabilir. Metre, santimetre ve mikrometre ölçeklerinde oluşturulacak ızgara desenleri ile farklı deney kurulumlarından alınacak görüntülerin, bu tez çalışmasında hazırlanan algoritmalar sayesinde analizi mümkündür. Böylece kan hücresi, ince

film yüzeyi gibi farklı cisimlerin boyutsal bilgileri elde edilebilir. Bu açıdan, biomedikal ölçüm ve endüstri gibi farklı alanlarda kullanım imkanı bulunmaktadır. Farklı hastalıklar için kan hücresi morfolojisinin belirlenmesi, üretilen ince filmlerin yüzeylerinin ve üretim kalitesinin daha ucuza ve daha net gözlenmesi gibi konularda çalışmaların sürmesi gelecekteki hedeflerimizdendir.

Tez çalışması, daha az hata ile faz dağılımının, 1D SDD yönteminde GMD kullanılarak hesaplanması ve böylece mikrometre ölçeğinde, dokunmadan, dinamik bir 3D profil elde edilmesi hedeflenen TÜBİTAK projesinin bir bölümü olarak gerçekleştirilmiştir. Hatanın azaltılması ve GMD'nin faz hesabında ilk kez kullanılması bakımından literatüre katkıda bulunmuş bir çalışmadır. Elde edilen bulgular bildiri olarak sunulmuştur ve konuyla ilgilenenler tarafından ilgiyle takip edilmektedir.

KAYNAKLAR

- Addison, P. S. (2002). *The Illustrated Wavelet Transform Handbook*. Institute of Physics Publishing Sristol and Philadelphia. IOP. <http://doi.org/10.1201/9781420033397.fmatt>
- Afifi, M., Fassi-Fihri, A., Marjane, M., Nassim, K., Sidki, M., & Rachafi, S. (2002). Paul wavelet-based algorithm for optical phase distribution evaluation. *Optics Communications*, 211(1-6), 47–51. [http://doi.org/10.1016/S0030-4018\(02\)01828-X](http://doi.org/10.1016/S0030-4018(02)01828-X)
- Baym, S. (2004). *Fen Ve Mühendislik Bilimlerinde Matematik Yöntemler*.
- Bhaduri, B., Pham, H., Mir, M., & Popescu, G. (2012). Diffraction phase microscopy with white light. *Optics Letters*, 37(6), 1094–6. Retrieved from <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/23292428>
- Bracevell, R. N. (1989). *Fourier dönüşümü*. *Elektrik Mühendisliği*.
- Coşkun, E., & Özder, S. (2011). Paul wavelet algorithm for the determination of birefringence dispersion of a liquid crystal cell. *Journal of the Optical Society of America B*, 28(12), 2974. <http://doi.org/10.1364/JOSAB.28.002974>
- Daubechies, I. (1990). The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(5), 961–1005. <http://doi.org/10.1109/18.57199>
- Debnath, L. (2002). *Wavelet Transforms and Their Applications*.
- Demren, E. (2015). *Dalgacık Dönüşümünün Fourier Dönüşümü ile Karşılaştırılması ve Uygulama*. İstanbul Teknik Üniversitesi.
- Dursun, A., Özder, S., & Ecevit, F. N. (2004). Continuous wavelet transform analysis of projected fringe patterns. *Measurement Science and Technology*, 15(9), 1768–1772. <http://doi.org/10.1088/0957-0233/15/9/013>
- Graps, A. (1995). An Introduction to Wavelets, 2, 1–18.
- İnce, K. (2012). Dalgacık Dönüşümü Kullanılarak Uydu Ve Hava Görüntülerinin Gürültüden Arındırılması Üzerine Bir Uygulama, 65(510109), 89.

- Kocahan, Ö. (2008). *Integral dönüşümler kullanılarak cisimlerin profillerinin belirlenmesi*. Çanakkale Onsekiz Mart University.
- Kocahan, Ö., Coşkun, E., & Özder, S. (2014). Generalized Morse wavelets for the phase evaluation of projected fringe pattern. *Measurement Science and Technology*, 25(10), 105701. <http://doi.org/10.1088/0957-0233/25/10/105701>
- Lilly, J. M., & Olhede, S. C. (2009). Higher-Order properties of analytic wavelets. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57(1), 146–160. <http://doi.org/10.1109/TSP.2008.2007607>
- Lilly, J. M., & Olhede, S. C. (2010). On the Analytic Wavelet Transform. *IEEE Transactions on Information Theory*, 56(8), 4135–4156. <http://doi.org/10.1109/TIT.2010.2050935>
- Meyers, S. D., Kelly, B. G., & O'Brien, J. J. (1993). An Introduction to Wavelet Analysis in Oceanography and Meteorology: With Application to the Dispersion of Yanai Waves. *Monthly Weather Review*, 121(10), 2858–2866. [http://doi.org/10.1175/1520-0493\(1993\)121<2858:AITWAI>2.0.CO;2](http://doi.org/10.1175/1520-0493(1993)121<2858:AITWAI>2.0.CO;2)
- Meyers, S. D., & Keu, B. G. (1993). An Introduction to Wavelet Analysis in Oceanography and Meteorology : With Application to the Dispersion of Yanai Waves An Introduction to Wavelet Analysis in Oceanography and Meteorology : With Application to the Dispersion of Yanai Waves g ",,(t) = L, 121(10).
- Ökcücü, E. Ö. (2014). *Bazi integral dönüşümler ve uygulamaları*.
- Olhede, S. C., & Walden, A. T. (2002). Generalized Morse Wavelets. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(11), 2661–2670. <http://doi.org/10.1109/TSP.2002.804066>
- Özder, S., Coşkun, E., Köysal, O., & Kocahan, Ö. (2007). Determination of birefringence dispersion in nematic liquid crystals by using an S-transform. *Optics Letters*, 32(14), 2001. <http://doi.org/10.1364/OL.32.002001>
- Pedrotti, F. L., & Pedrotti, L. S. (1993). *Introduction to Optics 2nd Edition*. New Jerse: Prentice Hall International.
- Polikar, R. (2006). THE WAVELET TUTORIAL.

- Su, X., & Chen, W. (2001). Fourier transform profilometry: *Optics and Lasers in Engineering*, 35(5), 263–284. [http://doi.org/10.1016/S0143-8166\(01\)00023-9](http://doi.org/10.1016/S0143-8166(01)00023-9)
- Takeda, M., & Mutoh, K. (1983). Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes. *Applied Optics*, 22(24), 3977. <http://doi.org/http://dx.doi.org/10.1364/AO.22.003977>
- Torrence, C., & Compo, G. P. (1998). A Practical Guide to Wavelet Analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 79(1), 61–78. [http://doi.org/10.1175/1520-0477\(1998\)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2](http://doi.org/10.1175/1520-0477(1998)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2)
- Vetterli, M., & Kovačević, J. (1995). Wavelets and Subband Coding. *Book*, 1–519. Retrieved from
- Watkins, L. R., Tan, S. M., & Barnes, T. H. (1999). Determination of interferometer phase distributions by use of wavelets. *Optics Letters*, 24(13), 905. <http://doi.org/10.1364/OL.24.000905>
- Yamamoto, A., & T. L. Lee, D. (1994). Wavelet Analysis : Theory and Applications. *Hewlett-Packard Journal*, (December), 44–52. <http://doi.org/10.1051/jp1:1997114>

ÖZGEÇMİŞ

Merve Naz ELMAS 26.05.1992 tarihinde İstanbul'da doğdu. Lise eğitimini İstanbul İnönü Teknik Lisesi Kimya bölümünde 2010 yılında tamamladı. Aynı yıl lisans eğitimine Namık Kemal Üniversitesi Fizik bölümünde başladı. 2015 yılında Fizik Anabilim Dalında yüksek lisans eğitimine başladı. İş hayatına İstanbul Nazmi Arıkan Fen Bilimleri Anadolu Lisesinde Fizik öğretmeni olarak devam etmektedir.