

**SÜREKLİ DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ İLE
YÜZEY ÖLÇÜMÜ**

Lütfiye TÜRKKAN

**Yüksek Lisans Tezi
Fizik Anabilim Dalı**

**Danışman: Yrd. Doç. Dr. Özlem
KOCAHAN YILMAZ**

2015

**T.C.
NAMIK KEMAL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

SÜREKLİ DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ İLE YÜZEY ÖLÇÜMÜ

Lütfiye TÜRKKAN

FİZİK ANABİLİM DALI

DANIŞMAN: Yrd. Doç. Dr. ÖZLEM KOCAHAN YILMAZ

Tekirdağ, 2015

Her Hakkı Saklıdır

Yrd. Doç. Dr. Özlem KOCAHAN YILMAZ danışmanlığında, Lütfiye TÜRKKAN tarafından hazırlanan “Sürekli Dalgacık Dönüşümü ile Yüzey Ölçümü” isimli bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans olarak oy birliği ile kabul edilmiştir.

Juri Başkanı : Yrd. Doç. Dr. Özlem KOCAHAN YILMAZ

İmza :

Üye : Doç. Dr. Hüseyin ÇAVUŞ

İmza :

Üye : Yrd. Doç. Dr. Kadir ERTÜRK

İmza :

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu adına

Prof. Dr. Fatih KONUKCU

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

SÜREKLİ DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ İLE YÜZEY ÖLÇÜMÜ

Lütfiye TÜRKKAN

Namık Kemal Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Özlem KOCAHAN YILMAZ

Bu çalışmanın başlıca amacı, bir dijital projektör ve bir CCD kameradan oluşan standart ızgara yansıtma tekniği ile bir ve iki boyutlu sürekli dalgacık dönüşümü (1D ve 2D SDD) kullanılarak cisimlerin üç boyutlu profillerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Hedef cisimlerin yüzey profili, çapraz optik eksen geometrisi ile deneysel olarak ele alınmıştır. Tek ve iki taşıyıcı frekans ile iki çeşit ızgara deseni oluşturularak elde edilen hedef cisimlerin görüntüleri, cisimlerin üç boyutlu görüntüsüne ulaşmak için, 1D ve 2D-SDD ile analiz edilmiştir. Ayrıca, görüntülere gürültü eklenerek ve aynı hesaplar tekrarlanarak, elde edilen profiller karşılaştırılmıştır. Sonuçta, bu tekniklerin benzeşim ve deneysel uygulamaları sunulmaktadır ve gürültülü görüntülerin işlenmesinde kullanılabilirliği tartışılmaktadır.

Anahtar kelimeler: sürekli dalgacık dönüşümü, dalgacık dönüşümü profilometrisi, ızgara yansıtma tekniği, faz hesaplama, ızgara deseni.

2015, 47 Sayfa

ABSTRACT

Master Thesis

SURFACE MEASUREMENT BY CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM

Lütfiye TÜRKKAN

Namık Kemal University
Institute of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

Supervisor: Ass. Prof. Dr. Özlem KOCAHAN YILMAZ

The main objective of this study is determine the 3 dimensional (3D) profile measurement with standard fringe projection technique, consist of CCD and a projector, by the 1 and 2 dimensional (1D and 2D) continuous wavelet transform (CWT) phase method. Profile measurement of an object is made experimentally by cross optical axis geometry. Images, by using fringes with one and two carrier frequency, taken from this setup are analyzed with 1D and 2D CWT and 3D profiles of objects are obtained. In addition, noise is added to images and the same calculations are repeated for them, and profiles are compared with without noisy ones. Numerical simulations and actual experiments are carried out to show the validity of this technique for finding the phase distributions from the noisy images.

Key words; continuous wavelet transform, wavelet transform profilometry, fringe projection techniques, phase calculation, fringe pattern.

2015, 47 Pages

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
ÇİZELGE DİZİNİ	v
ŞEKİL DİZİNİ	vi
SİMGELER DİZİNİ	viii
1.GİRİŞ	1
2.İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLER İLE PROFİL BELİRLEMEDE GÖRÜNTÜ ALMA	6
2.1 Çapraz Optik Eksenli Geometri	6
2.2 Paralel Optik Eksenli Geometri.....	8
3.İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLER	10
3.1 Fourier Dönüşümü.....	10
3.2 Stockwell Dönüşümü	13
3.3 Dalgacık Dönüşümü	14
3.4 Sürekli Dalgacık Dönüşümü (SDD).....	15
3.5 Morlet Dalgacığı	18
4.SDD İLE FAZ HESAPLAMA	22
4.1. Tek Yönde Değişen Taşıyıcı Frekanslı Izgara Sinyalinin Fourier Dönüşümü	22
4.2. 1D Morlet Dalgacığı ile 1D SDD Tekniğı	23
4.3. İki Yönde Değişen Taşıyıcı Frekanslı Izgara Sinyalinin Fourier Dönüşümü	24
4.4. Morlet Dalgacığı ile 2D SDD Tekniğı	25
5.BENZEŞİM VE DENEYSEL ÇALIŞMA	26
5.1. SDD için Benzeşim Çalışması	26
5.1 Deney Düzenegi ve Veri Alımı.....	34
5.3 Deney ile Elde Edilen Verilerin Değerlendirilmesi	36

6.TARTIŞMA VE SONUÇ	41
6.1 Elde Edilen Yükseklik Verilerin Karşılaştırılması.....	41
6.1 Sonuç.....	43
KAYNAKLAR	45
ÖZGEÇMİŞ	46

ÇİZELGE DİZİNİ

Çizelge 6.1. Balık kalıbı için 1D ve 2D SDD ile hesaplanan ve mekanik ile ölçülen yükseklik değerlerinin karşılaştırılması.....	43
Tablo 6.2. Maske için 1D ve 2D SDD ile hesaplanan ve mekanik ile ölçülen yükseklik değerlerinin karşılaştırılması.....	43

ŞEKİL DİZİNİ

Şekil 2.1. Çapraz optik eksenli geometri (Takeda & Mutoh, 1983).	6
Şekil 2.2. Paralel optik eksenli geometri (Takeda & Mutoh, 1983).....	8
Şekil 3.1. Fourier dönüşüm grafiği.....	10
Şekil 3.2. Üstteki şekilde KZFD ile bir sinyalin pencerelemesi gösterilmiştir. Altta ki şekilde ise KZFD sayesinde pencerelemiş olan sinyallerin yerleşimi gösterilmektedir.....	13
Şekil 3.3. Dalgacık, sinyal ve dönüşüm (Addison 2002).	15
Şekil 3.4. (a) Üç farklı b değeri için, x eksenli boyunca sinyal üzerinde ilerleyen analiz dalgacığı; (b) bxa boyutlu SDD sonuç matrisi (Hwang ve diğ., 2007).....	16
Şekil 3.5. (a) Morlet analiz dalgacığı (düz çizgi gerçek kısım, kesikli çizgi sanal kısım göstermektedir). (b) a şikkındaki Morlet analiz dalgacığının Fourier dönüşümü. .	19
Şekil 5.1 Benzeşim faz fonksiyonu	26
Şekil 5.2 (a) x yönünde tek taşıyıcı frekanslı ızgara sinyali ile 400 satırda oluşturulan ızgara deseninin görünümü ($f_0 = 0.2$ (1/piksel)); (b) Fazı sıfırdan farklı x-yönünde taşıyıcı frekanslı ızgara deseni.	27
Şekil 5.3 Fazı sıfırdan farklı x-yönünde taşıyıcı frekanslı ızgara deseni.	28
Şekil 5.4 (a) 1D SDD ve (b) 2D SDD teknikleri Morlet dalgacığı kullanılarak elde edilen süreksizlikleri düzeltilmemiş faz dağılımı.	28
Şekil 5.5 (a) 1D SDD ve (b) 2D SDD teknikleri Morlet dalgacığı kullanılarak elde edilen faz düzeltme işlemi uygulanmış faz dağılımı.....	29
Şekil 5.6 x ve y yönünde iki taşıyıcı frekansla oluşturulmuş ızgara deseninin görünümü (f_0 $= 0.2$ (1/piksel))	30
Şekil 5.7 Fazı sıfırdan farklı iki taşıyıcı frekanslı ızgara deseni.	30
Şekil 5.8 (a) 1D SDD ve (b) 2D SDD teknikleri Morlet dalgacığı kullanılarak elde edilen faz düzeltme işlemi uygulanmış faz dağılımı.....	31
Şekil 5.9 Tek taşıyıcı frekanslı ızgara desenine benek gürültüsü eklenmiş görüntü.....	32
Şekil 5.10 Tek taşıyıcı frekanslı ızgara desenine benek gürültüsü eklenerek yapılan çalışmada (a) 1D SDD ile; (b) 2D SDD ile elde edilen profiller.	32
Şekil 5.11. İki taşıyıcı frekanslı ızgara desenine benek gürültüsü eklenmiş görüntü.	33
Şekil 5.12. İki taşıyıcı frekanslı ızgara desenine benek gürültüsü eklenerek yapılan çalışmada (a) 1D SDD ile; (b) 2D SDD ile elde edilen profiller.	33

Şekil 5.13 (a) Çapraz optik eksenli geometride kurulan deney düzeneğinin şeması; (b) geometrik gösterimi.....	34
Şekil 5.15. Balık üzerine x yönünde tek taşıyıcı frekansla ($f_0=0,2$) oluşturulmuş ızgara deseninin yansıtılmasıyla elde edilen görüntü ve referansı.....	35
Şekil 5.16. Maske üzerine x ve y yönünde iki taşıyıcı frekansla ($f_0=0,2$) oluşturulmuş ızgara deseninin yansıtılmasıyla elde edilen görüntü ve referansı.....	36
Şekil 5.17. (a) Balık için 1D SDD ile hesaplanan faz dağılımı; (b) 2D SDD ile hesaplanan faz dağılımı.....	37
Şekil 5.18. (a) Balık için 1D SDD ile oluşturulan 3D profil; (b) 2D SDD ile oluşturulan 3D profil.....	37
Şekil 5.19. (a) Maske için 1D SDD ile hesaplanan faz dağılımı; (b) 2D SDD ile hesaplanan faz dağılımı.....	38
Şekil 5.20. (a) Maske için 1D SDD ile oluşturulan 3D profil; (b) 2D SDD ile oluşturulan 3D profil.....	38
Şekil 5.21. Balık ve referansının benek gürültüsü eklenmiş görüntüleri.....	39
Şekil 5.22. Balık görüntüsüne benek gürültüsü eklenerek yapılan çalışmada (a) 1D SDD ile; (b) 2D SDD ile elde edilen profiller.....	39
Şekil 5.23. Maskenin ve referansının benek gürültüsü eklenmiş görüntüleri.....	40
Şekil 5.24. Maske görüntüsüne benek gürültüsü eklenerek yapılan çalışmada (a) 1D SDD ile; (b) 2D SDD ile elde edilen profiller.....	40
Şekil 6.1. (a) Tek taşıyıcı frekans ve (b) iki taşıyıcı frekans ile oluşturulan fazları sıfırdan farklı ve gürültü eklenen ızgara desenleri ile yapılan benzeşimde elde edilen profillerin $y = 200$ satırı için karşılaştırılması.....	41
Şekil 6.2. (a) Balığın, (b) maskenin $y = 200$ satırı için elde edilen yükseklik bilgilerinin karşılaştırılması.....	42
Şekil 6.3. (a) Balık, (b) maske görüntüsüne benek gürültüsü eklenerek yapılan çalışmada elde edilen yükseklik bilgilerinin $y = 200$ satırı için karşılaştırılması.....	42

SİMGELER DİZİNİ

a:	Sürekli dalgacık dönüşümünde ölçek parametresi
A_n :	Izgara fonksiyonunun genliği
b:	S-dönüşümünde Gaussian penceresinin x eksenindeki konumunu kontrol eder ve sürekli dalgacık dönüşümünde öteleme parametresidir
c:	Morlet dalgacığında sabit uzaysal frekanstır ve 5 ya da 6 olarak seçilir
d:	Kamera-projektör arası uzaklık
$E_p E_p^1$:	Projektör optik eksenini
$E_c E_c^1$:	Kamera optik eksenini
f_0 :	İzlenen ızgara görüntüsünün temel frekansı
HFD:	HızlıFourier dönüşümü
FDP:	Fourier dönüşüm ile profil belirleme
$g_0(x,y)$:	Cismin yüksekliğinin sıfır olduğu durumda ızgara deseni
$g(x,y)$:	Cismin yüksekliğinin sıfırdan farklı olduğu durumda ızgara deseni
$((x-b)/a)$:	Ana dalgacık analiz fonksiyonu
$G_0(f,y)$:	$g_0(x,y)$ 'nin x'e göre bir boyutlu Fourier dönüşümü
$G(f,y)$:	$g(x,y)$ 'nin x'e göre bir boyutlu Fourier dönüşümü
$G(a)$:	Ana dalgacık analiz fonksiyonunun Fourier dönüşümü
$h(x)$:	Izgara deseninin bir satırını gösteren (y-piksel), x yönünde değişen tek boyutlu ızgara sinyali
$h(x,y)$:	Cismin yükseklik değişimi ve iki boyutlu ızgara sinyali
$H(a)$:	$h(x)$ 'in Fourier dönüşümü
$I_0(x)$:	Arka plan parlaklığı
KZFD:	Kısa zamanlı Fourier dönüşümü
$m(x)$:	Morlet dalgacığı
$M(a)$:	Morlet dalgacığının Fourier dönüşümü
p_0 :	Izgara genişliğidir

$r(x,y)$:	Cismin yüzeyinden olan düzgün olmayan yansıma dağılım
R:	Referans düzlemi
$s_0(x)$:	Şekil 2.1'e göre B ve C noktaları arası uzaklık, x'e bağlı bir fonksiyon
S-dönüşümü:	Stockwell dönüşümü
S(b,f):	S-dönüşümü fonksiyonu
SDD:	Sürekli dalgacık dönüşümü
t:	Zaman
τ :	KZFD'de kullanılan pencere genişliği
V(x):	Izgara görünürlüğü
w(t):	Pencere fonksiyonu
x_c :	x-tanım kümesinde pencere fonksiyonunun merkezi
α :	x'in Fourier uzayındaki karşılığı
α_c :	α -tanım kümesinde pencere fonksiyonunun merkezi
θ :	Projektör ile kamera arasındaki açı
τ :	Pencere fonksiyonunun kayma zamanı
$\varphi(x)$:	Izgaranın yükseklik değişimini gösteren faz
$\varphi'(x)$:	Fazın gradyanı
$\Delta\varphi(x,y)$:	Yükseklik değişiminden kaynaklanan faz
φ_0 :	Çapraz optik eksen geometrisinden kaynaklanan faz kayması
*	Kompleks eşlenik
^	Herhangi bir değişkenin Fourier dönüşümü
1D:	bir boyutlu
2D:	iki boyutlu
3D:	üç boyutlu

TEŐEKKÜR

Bu çalıőmamda benden desteklerini esirgemeyen aileme, çalıőmamı yönlendiren ve bana her konuda yardımcı olan danıőmanım Yrd. Doç. Dr. Özlem KOCAHAN YILMAZ' a, her zaman yanımda olan arkadaőım Hatice TOZAR' a teőekkür ederim.

TEKİRDAĞ, 2015

Lütfiye TÜRKKAN

1. GİRİŞ

Günümüz optik ölçüm sistemleri, güvenilir ve hassas olmasının yanında, sayısal ortamda kolayca uygulanabilir ve çabuk sonuç verme gibi özellikleriyle ön plana çıkmaktadır. Cisimlerin boyutsal bilgilerine ulaşmak için ızgara yansıtma tekniği ile pratik ve yeterince duyarlı bir optik ölçüm sistemi tasarlamak mümkündür. Izgara yansıtma tekniğinde kullanılan temel iki interferometrik desenden birincisi Morie ızgarası, 1874 yılında Lord Rayleigh tarafından üretilmiştir. Diğer desen olan sinüsoidal ızgarayı, ilk olarak 1967 yılında Rowe ve Welford yüzey ölçümünde kullanmışlardır (Creath ve Wyant, 1992). 1983 yılında Takeda (Takeda ve Mutoh, 1983), sinüsoidal ızgara yansıtma tekniği ile aldığı görüntüden Fourier dönüşümüyle 3 boyutlu (3D) yüzey bilgisi hesaplamıştır (FDP-Fourier Dönüşüm Profilometre). Takip eden yıllarda Morie ızgarası ve sinüsoidal ızgara yansıtma teknikleri ile daha gelişmiş ölçüm sistemleri tasarlanmış, faz basamaklama ve farklı integral dönüşümler ile yüzey profili hesaplama yöntemleri denenmiştir. Izgara yansıtma tekniği gelişerek insan vücudu ölçümleri, ağız-diş ölçümü, histoloji ve hücre biyolojisi gibi biyomedikal alanlar, mikro-elektro-mekanik sistemlerin (MEMS) yüzey ölçümü ve karakterizasyonu, kalite kontrol gibi endüstrinin birçok alanında 3D profil belirleme amaçlı uygulanır hale gelmiştir (Gorthi ve Rastogi, 2010; Su ve Chen, 2001).

Cisme temas etmeden yapılan ızgara yansıtma ile 3D yüzey ölçüm yöntemi; projeksiyon birimi, görüntü alma birimi ve görüntü analiz birimi olmak üzere temel 3 birimden oluşur (Gorthi ve Rastogi, 2010). Optik ölçüm tekniği olan bu yöntemde öncelikle, örnek üzerine ızgara deseni yansıtılarak bunun görüntüsü kaydedilir. Cismin yüksekliğinden dolayı yansıtılan ızgara deseninde eğrilmeler meydana gelir. Kaydedilen görüntüdeki bu eğrilikler yani yükseklik bilgisini Fourier dönüşümünde faz terimi taşır (Su ve Chen, 2001). Fourier dönüşümü, Sürekli Dalgacık Dönüşümü (SDD) ve Stockwell dönüşümünden (S-dönüşümü) biri tercih edilerek oluşturulan bilgisayar programı ile görüntü analiz edilir ve faz dağılımı bilgisine ulaşılır. Deney sisteminin geometrisinden faz, yükseklik bilgisine dönüştürülür (Kocahan, 2008). Yüzey üzerindeki her noktanın referans düzleminden olan yüksekliği belirlendikten sonra bir araya getirildiğinde cismin 3D profili elde edilmiş olur (Kocahan, 2008; Takeda ve Mutoh, 1983).

Bu tez çalışmasında öncelikle, yaygın olarak kullanılan bir projeksiyon ve bir CCD (charge-coupled device) kameradan oluşan standart ızgara yansıtma tekniğiyle santimetre boyutunda bir cismin yüzey profili deneysel olarak ele alınacaktır. Projeksiyon ile yansıtılacak ızgara deseni hem tek yönde hem de iki iki yönde değişen olarak hazırlanacaktır. Bu klasik sistem ile elde edilecek görüntüler bir boyutlu sürekli dalgacık dönüşümü (1D SDD) ile analiz edilecektir. Gürültünün olduğu görüntülerden üç boyutlu profil belirleme için hesaplanmasında iki boyutlu (2D) SDD, 1D SDD ile karşılaştırılacak, üstün ve zayıf yönleri değerlendirilecektir.

Izgara deseninden faz dağılımının elde edilmesi için birçok farklı teknik kullanılmasının yanında en yaygın olanı Fourier dönüşümü tekniğidir (Takeda ve Mutoh, 1983). Adını 1768–1830 yılları arasında yaşamış ünlü matematikçi Joseph Fourier'den alan 'Fourier dönüşümü' bir fonksiyonu açarak, toplamı bu fonksiyonu verecek frekans bileşenlerinin elde edilmesi işlemini gerçekleştirir (Wikipedia, 2014). Fourier dönüşüm profilometrisi (FDP-Fourier transform profilometry) olarak isimlendirilen matematiksel işlemler yoluyla üç boyutlu profil belirleme tekniği ilk kez Takeda ve Mutoh (1983) tarafından önerilmiştir. Bu yöntemde, ızgara deseni, karmaşık (complex) değerli bir analitik sinyale dönüştürülür ve faz dağılımı bu sinyalden adım adım (pixel by pixel) elde edilir. Fakat pratikte gerçek faz dağılımını elde etmek için, bulunan faza, bir faz düzeltme işlemi uygulamak gerekir. Adı geçen çalışmada, çapraz optik eksen geometrisi kullanılarak cismin yüksekliği bu teknik ile hesaplanmıştır. Fourier dönüşümünde kullanılan faz düzeltme işlemlerinin çeşitli zorlukları bulunmaktadır (Afifi ve ark., 2002; Watkins, 2007). Bu çalışmalarda, faz adımcığının (faz gradyan – phase gradient) integrali hesaplanarak faz dağılımının bulunmasıyla, faz düzeltme işlemine olan gereksinimin kaldırılabilceği gösterilmiştir. Ancak bu çalışmalarda, faz gradyanını (adımcığını) bulmak için “sürekli dalgacık dönüşümü” (SDD) kullanılmıştır ve çözümde daha çok hata ortaya çıkmaktadır (Kocahan, 2008; Ozder ve ark. Kocahan, Coskun, Goktas, 2007).

Dalgacık dönüşümü (wavelet transform), 1980'lerin ortasında, sismik sinyallerin incelenmesinde geliştirilmeye başlanmış, 1990'larda da bilim ve mühendislik alanlarında sıkça kullanılır olmuştur. Dalgacık dönüşümünün en önemli özelliklerinden biri farklı çalışmalar için farklı ana dalgacık fonksiyonlarının kullanılabilir olmasıdır (Addison, 2002). Daubechies tarafından 1990 yılında yapılan çalışmada zamana bağımlı sinyallerin frekans analizi için Fourier ve dalgacık dönüşümleri karşılaştırılmış ve dalgacık dönüşümünün

kuramsal yapısı ayrıntılı olarak verilmiştir (Daubechies, 1990). Torrence ve Compo (1998)'nin çalışmasına göre, “dalgacık dönüşümü için zaman serilerinin, zaman-frekans uzayında gösterimini sağlayarak, değişimin baskın olduğu kipleri (modları) ve bu kiplerin zamanla nasıl değiştiğini gösterir” (Torrence ve Compo, 1998).

Matematiksel dönüşümlerin başında Fourier dönüşümleri bulunmaktadır. Dönüşümler ham sinyalden bilgi edinmek için kullanılmaktadır. Herhangi bir dönüşüm uygulanmış sinyale ‘işlenmiş sinyal’ denir.

Ham sinyallerin çoğu, ‘zaman-tanım-kümesinde’ tanımlanan sinyaldir. Sinyal neyi ölçüyorsa, bu zamanın bir fonksiyondur. Sinyalin bir eksenini bağımsız değişken (zaman) diğer eksenini ise bağımlı değişkendir (genellikle genlik). Bu değişkenlerle zaman-tanım- kümesinde sinyal çizilir. Bu çizim zaman-genlik gösterimi olsa da her zaman en iyi gösterim değildir. Burada yararlı bilgi sinyalin frekansında gizlidir. Fourier dönüşümünden başka, kullanım alanına göre Hilbert dönüşümü, Wigner dağılımı, Radon dönüşümü, Dalgacık dönüşümü ve S dönüşümü gibi birbirlerine göre avantajları ve dezavantajları bulunan birçok farklı dönüşüm teknikleri kullanılmaktadır. Örneğin, Fourier, Dalgacık ve S-dönüşümleri tersinir özellik gösterirler, başka bir deyişle işlenmiş sinyalden ham sinyale dönme imkânı verirler ve bu nedenle daha yaygın olarak kullanılırlar (Polikar, 2006).

Fourier teoreminde bir sinyal sonsuz sinüs ve kosinüslerin toplamı şeklinde ifade edilebilir. Bu teoremden yola çıkarak, bir sinyal içerisindeki frekans bileşenleri, sinyale Fourier dönüşümü uygulanarak elde edilebilir. Ancak Fourier dönüşümü, durağan sinyaller (stationary signal) olarak adlandırılan, tüm zamanlarda frekans değeri aynı olan sinyallerde güzel sonuçlar vermektedir. Durağan sinyallerin tüm anlarda frekans değerleri aynı olmasından dolayı, bu sinyallerde zaman bilgisi önemli değildir. Fourier dönüşümü yapılan bir sinyalden zaman bilgisi kaldırılır, sadece frekans bilgisi elde edilir. Bunun anlamı; sinyalin içerisindeki tüm frekanslar bulunabilir ancak bu frekansların hangi zaman diliminde meydana geldikleri bilinemez (Graps, 2006).

Fourier dönüşümündeki bu yetersizlikler, özellikle durağan olmayan sinyallerin analizinde oldukça büyük problemler ortaya çıkarır. Doğadaki sinyallerin büyük bir çoğunluğu, her an değişimin olduğu, durağan olmayan sinyaller (non-stationarysignal) olması sebebiyle, Fourier yaklaşımlarıyla analiz, frekans bileşenlerinin hepsini yakalayamaz. Bu

sorunun üstesinden gelmek için Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü (KZFD) gibi çeşitli yöntemler kullanılsa da çözüme ulaşılamamıştır. Durağan olmayan sinyallerin incelenmesinde dalgacık analizinden önce KZFD yaygın olarak kullanılmaktaydı. Ancak KZFD' nün de analiz sonuçlarında eksiklikleri vardır. Zaman bilgisi bu yöntemle sinyal içerisinde alınabilmektedir ancak, zaman çözünürlüğünün tüm sinyal boyunca aynı olması, sinyal içerisindeki ani frekans değişimlerinin yakalanmasında KZFD yetersiz kalmasına neden olmaktadır. Ayrıca sinyali kesmek için kullanılan pencere sinyali ile orijinal sinyalin arasında bir konvolüsyon oluşacak ve bu da frekans düzleminde kalıntı sinyallere sebep olacaktır (Polikar, 2006).

Dalgacıklar, bir sinyalin içerdiği bilgiyi, farklı frekans bileşenlerine ayıran ve sonra kendi ölçekleriyle eşleştirilmiş bir çözünürlüğe sahip bileşenler üzerinde çalışan, matematiksel fonksiyonlardır. Dalgacıkların arkasındaki temel fikir, belirlenen bir ölçüğe göre analizdir (Graps, 2006). Dalgacık dönüşümü veya dalgacık analizi, şu ana kadar uygulanan analiz yöntemlerindeki noksanlıkları ortadan kaldırmak için kullanılan en son çözümdür (Valens, 1999). Fourier dönüşümündeki zaman bilgisinin kaybolması ve konvolüsyon gibi problemleri ortadan kaldıran dalgacık analizi, bir sinyalin içerisindeki tüm frekans bileşenlerinin hangi zamanlarda ve hangi genliklerde olduğunu tespit edilir.

Üç boyutlu profil belirleme için kullanılan Fourier dönüşümüne alternatif bir yöntem olarak 1D ve 2D SDD kullanılacaktır. Bu tez çalışmasında, cisimlerin üç boyutlu profillerini elde etmek için, tek ve iki farklı yönde (x,y) taşıyıcı frekans elde edilen iki farklı yönlü ızgara deseni ile çapraz optik eksen geometrisi kullanılacaktır. Bu ızgara desenlerinden faz dağılımı hesaplanması için 1D ve 2D SDD yöntemleri kullanılarak sonuçlar karşılaştırılacaktır. Ayrıca Gürültünün olduğu görüntülerden üç boyutlu profil belirleme için hesaplanmasında iki boyutlu (2D) SDD, 1D SDD ile karşılaştırılacak, üstün ve zayıf yönleri değerlendirilecektir.

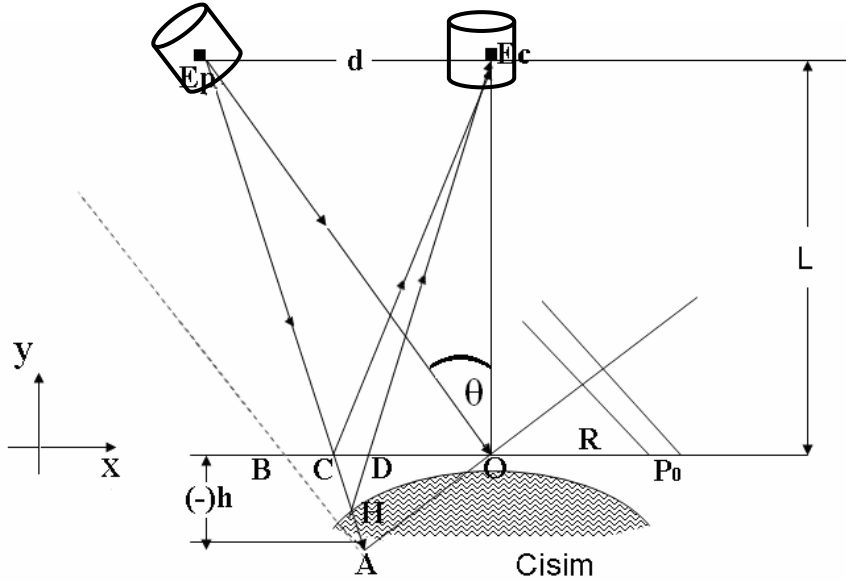
Bu tez çalışması 6 bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde konunun amacı, kapsamı ve kısa bir literatür özeti verildikten sonra, ikinci bölümde ızgara yansıtma tekniğinde sıklıkla kullanılan iki görüntü alma yöntemi açıklanmıştır. Faz hesaplamada kullanılan integral dönüşümler üçüncü bölümde açıklanmaktadır. Daha sonra bu çalışmada kullanılacak olan SDD ile faz hesaplama basamakları ayrıntılı olarak incelenmiştir. 1D ve 2D SDD için oluşturulan algoritmalar benzeşim ve deney ile denetlenmiş ve böylece sonuçlar elde

edilmiştir. Bu sonuçlar, bir sonraki bölümde karşılaştırılarak, çalışmanın Tartışma ve Sonuç bölümünde sunulmuştur.

2. İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLER İLE PROFİL BELİRLEMEDE GÖRÜNTÜ ALMA

İntegral dönüşümler ile profil belirlemede genel olarak iki farklı görüntü alma yöntemi söz konusudur. Bunlardan birincisi Çapraz Eksenli Optik görüntüleme ikincisi ise Paralel Eksenli Optik Görüntülemedir. Paralel eksenli optik geometride, optik eksenler paraleldir ayrıca ışık kaynağı (projektör) ve algılayıcı (kamera) aynı düzlemedir. Paralel eksenli optik geometri ile kullanışlı görüntüler elde edebilmek için; cismin, kameranın görüş alanını girmesi gerekir. Bu yüzden de projektör optik ekseninden uzağa yerleştirilir. Çapraz optik eksenli geometride ise kamera ve projektör aynı düzlemedir. Aralarındaki fark ise şudur: çapraz optik eksenli geometride kamera ve projektörün optik eksenleri hedef cismin orta noktasına yakın bir yerde kesişirler. Optik sistem uzak-alan-merkezli (far field centered) olmalıdır. Aksi halde ızgara görüntüsü önemli ölçüde bozulacağı için, sağlıklı ölçümler yapmak mümkün olmaz (Takeda ve Mutoh, 1983).

2.1 Çapraz Optik Eksenli Geometri



Şekil 2.1. Çapraz optik eksenli geometri (Takeda ve Mutoh, 1983).

Şekil 2.1' de çapraz optik eksenli geometri gösterilmiştir. Burada projektör optik eksenini (Ep) ile kamera optik eksenini (Ec) bir referans düzleminde çapraz olarak kesişirler. R, (x-z düzleminde) referans düzlemi; Θ , projektör ile kamera (x-y düzleminde) arasındaki açı; d, kamera-projektör mesafesi; L, örnek cismin projektör ve kameraya olan uzaklığı ve $h(x,y)$, cismin yüksekliğidir.

Izgara deseni, projektör ile cismin üzerine düşürülür ve ızgara deseninin merkezi ile kameranın eksenini O noktasında çakışır. Cismin yükseklik değişiminin her noktada sıfır olduğu kabul edilirse, ızgara desenini şu şekilde bir Fourier serisiyle ifade edebiliriz (Takeda ve Mutoh, 1983):

$$g_r(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp(2\pi i n f_0 x) \quad (2.1)$$

Burada, $f_0 = 1/p_0$, izlenen ızgara görüntüsünün temel frekansı; p_0 , ızgara genişliğidir. (2.1) denkleminde x eksenini yönünde taşıyıcı frekans olduğu için görüntüdeki ızgara çizgileri y eksenine paraleldirler, x ekseninde değişim söz konusudur. Ayrıca cismin yüksekliği $h(x,y) = 0$ olduğu durumda dahi, projeksiyondan dolayı, ızgara görüntüsünde x eksenini yönünde bir kayma meydana gelir. Bu kayma dikkate alınarak yeniden denklem düzenlenir:

$$g_0(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\{2\pi i n f_0 [x + s_0(x)]\} \quad (2.2)$$

Bu denklemde $s_0(x) = \overline{BC}$ olduğuna göre:

$$g_0(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (A_n \exp\{i[2\pi n f_0 x + n\varphi_0(x)]\}) \quad (2.3)$$

$\varphi_0(x) = 2\pi f_0 s_0(x) = 2\pi f_0 \overline{BC}$ şeklini alır. φ_0 ise çapraz optik eksen geometrisinden kaynaklanan faz kaymasıdır. Eğer projektörü sonsuza yerleştirebilseydik böyle bir kayıptan söz edilemezdi. Bu kayıpları alınacak olan ölçümlerin işlenmesi sırasında giderebiliriz.

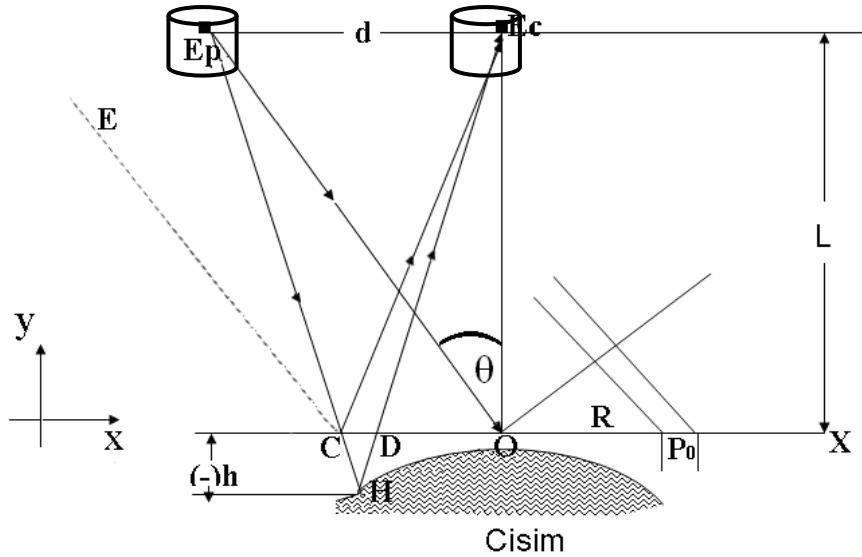
Cismin yükseklik değişiminin sıfırdan farklı olduğunu düşünürsek E_p ışını yüzeyin H noktasına çarpar. Bu durumda E_cA noktasından bakıldığında referans düzlemi D noktası olarak görülür. Ve böylelikle ızgara deseni yeniden şekillenmiş olur. Yeniden şekillenen ızgara deseni

$$g_r(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (A_n \exp \{2\pi i n f_0 [x + s(x, y)]\}) \quad (2.4)$$

$$g_r(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (A_n \exp \{i[2\pi n f_0 x + n\varphi(x, y)]\}) \quad (2.5)$$

şeklinde ifade edilir ve $r(x, y)$ cismin yüzeyinden olan düzgün olmayan yansıma dağılımıdır $\varphi(x, y) = 2\pi f_0 s(x, y) = 2\pi f_0 \overline{BD}$ iki boyutlu faz farkıdır (Takeda ve Mutoh, 1983).

2.2 Paralel Optik Eksenli Geometri



Şekil 2.2. Paralel optik eksenli geometri (Takeda & Mutoh, 1983).

Şekilde paralel optik eksenli geometri gösterilmektedir. Kamera ve projektör (x - y düzlemi), R referans düzleminde (x - z düzlemi) eşit uzaklıkta, optik eksenleri ise paraleldir. Çapraz optik eksenli geometriden farklı olarak A , B ve C noktaları referans düzleminde C noktasında birleşmiştir. Bu durumda

$$\varphi_0(x) = 2\pi f_0 s_0(x) = 2\pi f_0 \overline{BC} = 0 \quad (2.6)$$

$$\varphi(x, y) = 2\pi f_0 s(x, y) = 2\pi f_0 \overline{CD} \quad (2.7)$$

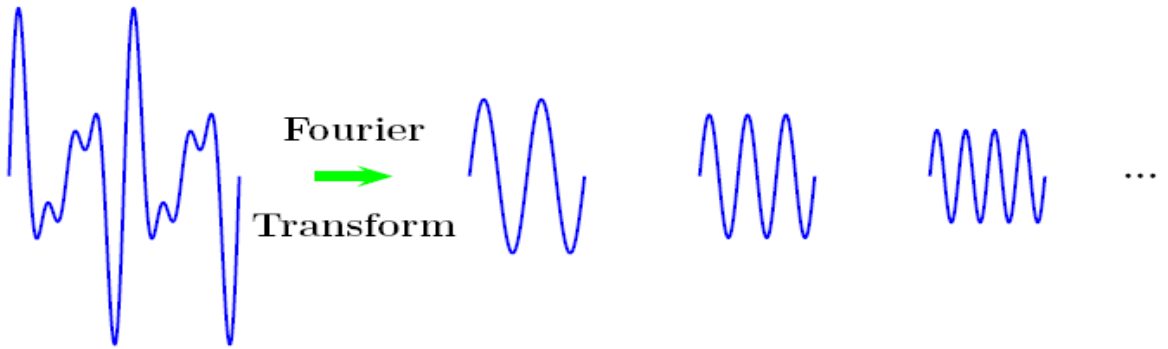
Bu geometride pek kullanışlı değildir. Bunun sebebi düzgün ızgara çizgileri üretilemeyişidir.

3. İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLER

Bölüm 2’de açıklanan görüntü alma yöntemleriyle ya da interferometrik bir deney kurulumu ile üzerine ızgara deseni yansıtılmış örnek cisim görüntüsü elde etmek mümkündür. Böyle bir görüntüden faz hesaplamak için çeşitli integral dönüşümler kullanılabilir. Literatürde en sık kullanılan dönüşümlerden biri Fourier’dur. Bunun dışında Sürekli Dalgacık Dönüşümü (SDD) ve S-dönüşümü’ de faz hesaplamak için kullanışlı integral dönüşümlerdir. Bu bölümde bu integral dönüşümler açıklanmaktadır.

3.1 Fourier Dönüşümü

Fourier dönüşümü durağan fonksiyonların spektrumunu araştırmak için kullanışlı araçtır. Aynı frekanslı çok sayıda harmonik dalga toplandığında, dalga boyları ve fazları farklı olsa bile, yine aynı frekanslı bir harmonik dalga oluşturur. Eğer bindirilmiş (süperpoze) dalgaların frekansları farklı olursa, bu kez sonuç “periyodik ama anharmonik” olur ve farklı şekiller ortaya çıkabilir. Bu şekilde sonsuz sayıda farklı şekil oluşturulabilir. Bir sinyal, Fourier dönüşümü yardımıyla bileşenlerine ayrılır. Her bileşenin ayrı genliği ve frekansı vardır. Bu işlem şekil 3.1’de gösterilmektedir.



Şekil 3.1. Fourier dönüşüm grafiği

Verilen dalga formunu ters bir matematiksel işlemle harmonik bileşenlerine ayırtırmaya “Fourier analizi” denir. Fourier dönüşümü, bir $h(t)$ fonksiyonu ile tanımlanan fiziksel etkiyi (ses dalgası, elektrik sinyali ya da optik sinyal gibi) harmonik (sinüsel) dalgaları toplamı olarak yazma işlemidir, Bir Fourier integral dönüşüm çifti:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \exp(-i2\pi ft) dt \quad (3.1)$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \exp(i2\pi ft) df \quad (3.2)$$

denklemleri ile tanımlanır. $h(t)$, zaman-tanım-kümesinde sinyal; $H(f)$, frekanstanım-kümesinde sinyal; f , frekans ve t ise zamandır. $H(f)$ fonksiyonu $h(t)$ fonksiyonunun Fourier dönüşüğü, $h(t)$ fonksiyonu $H(f)$ 'in ters Fourier dönüşüğü adını alır (Karaoğlu, 1997; Pedrotti, 1993).

Zaman-tanım-kümesinde tanımlanan sinyalin Fourier dönüşümü alınır, frekans genlik gösterimi elde edilmiş olur. Bu gösterim sinyalde her frekanstan ne oranda bulunduğunu gösterir.

Fourier dönüşümü, sinyal içerisinde yer alan tüm frekans bileşenlerini tanımlayabilir. Ancak daha önce de bahsettiğimiz gibi, zaman içerisindeki yerlerinin belirlenmesine dair hiçbir bilgi sağlamaz. Bunun sebebi, durağan sinyallerin zaman içerisinde değişmeyen frekans bileşenleri içermelerinden dolayıdır. Sinyalin zaman içerisindeki frekans bileşenleri tüm zamanlarda aynıdır. Bu nedenle zaman bilgisine durağan sinyallerde ihtiyaç yoktur (Polikar, 2006).

Ancak tüm sinyaller durağan değildir. Sinyal içerisindeki frekans bileşenleri, zamana göre değişen bu sinyallere durağan olmayan (dinamik) sinyaller denir. Dinamik sinyallerde frekans bileşenleri kadar, bu frekansların hangi zamanlarda olduğu bilgisi de çok önemlidir.

1946 yılında Dennis Gabor tarafından ortaya atılan, dinamik sinyallerin analizinde kullanılan, Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü (KZFD), klasik Fourier dönüşümüne yeni bir boyut getirmiştir. Bu işlem, belirli zaman aralıklarında, pencereleme mantığını kullanarak yapılan analiz ile kaybolan zaman bilgisinin elde edilmesi yolunu açmıştır (Valens, 1999).

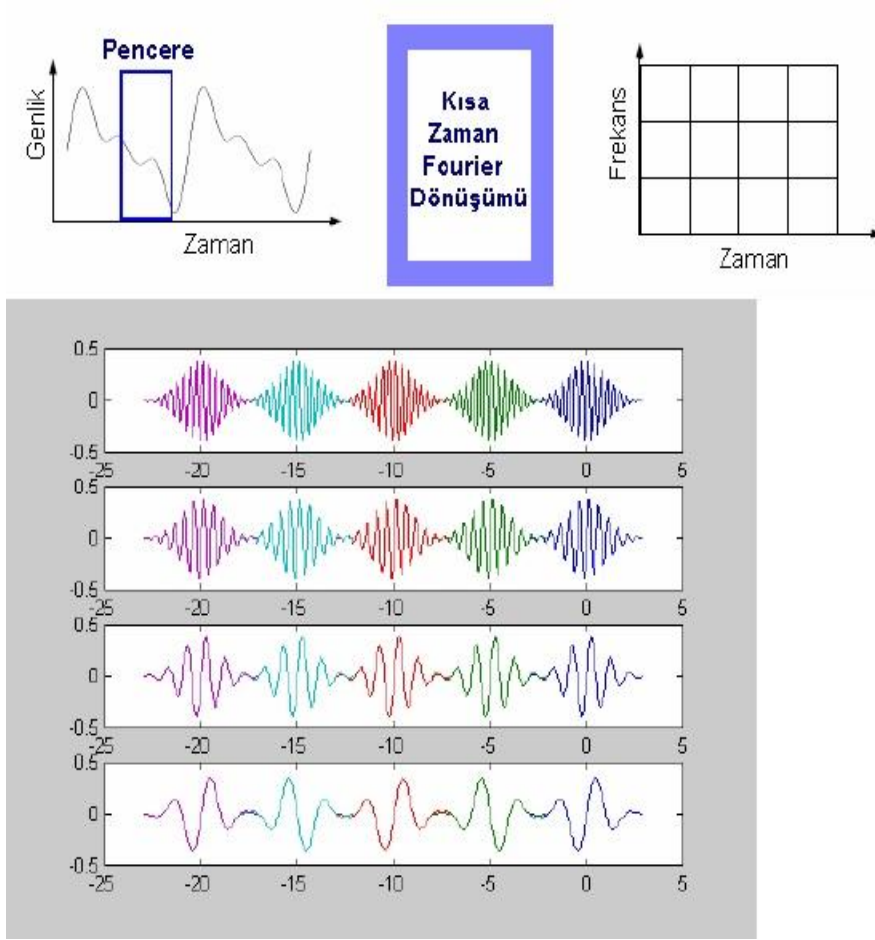
Kısa zamanlı Fourier dönüşümünün bir sinyale uygulanabilmesi için toplam altı adım işleme konulmalıdır.

1. Sonlu bir pencere fonksiyonu seçilir
2. Pencere t=0 anında, sinyalin başlangıcına yerleştirilir
3. Pencere kullanılarak sinyal yuvalanır
4. Pencere içerisindeki bu sinyale Fourier dönüşümü uygulanır
5. Pencere sağa kaydırılır
6. Sinyal sonuna kadar 3. adıma tekrar gidilir

Her Fourier dönüşümü uygulandığı 4. adımda bir frekans bilgisi elde edilir. Elde edilen bu değere Fourier katsayısı adı verilir ve uygulanan pencereye olan benzerliğini gösterir. Pencerenin uygulandığı zaman bilgisi de belirlendiği için, aynı anda hem frekans hem de zaman bilgisi analiz sonucunda elde edilir (Polikar, 2006).

$$KZFD(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)w(t - \tau) \exp(-i2\pi ft) dt. \quad (3.3)$$

Denklem (3.3)'de, $h(t)$ zaman-tanım-kümesinde sinyal, f frekans, t zaman ve $w(t)$ pencere fonksiyonudur. KZFD, sinyalin pencere fonksiyonu ile çarpılmış halinin Fourier dönüşümüdür. Aslında Fourier dönüşümündeki çekirdek (kernel) fonksiyonu ($\exp(-iwt)$) bütün zaman değerleri için sonsuza giden bir pencere fonksiyonudur. Bu nedenle frekans bileşenleri tam doğrulukla ayırt edilebilir. KZFD sınırlı bir pencere fonksiyonu kullandığı için, hangi zaman aralıklarında hangi frekans bantlarının bulunduğu bilgisini verir, ancak frekans bileşenleri ayırt etme gücü düşüktür. Bu durum Heisenberg Belirsizlik İlkesi'ni çağrıştırmaktadır. Yani, KZFD' de dar bir pencere kullanıldığında iyi bir zaman bilgisi elde edilebilmesine karşın frekans ayırım gücü düşük kalır. Eğer pencere daha geniş seçilirse bu kez de ayırım gücü artmasına rağmen, zaman aralığı çok geniş olur. Seçilecek olan pencere fonksiyonun biçimi ve genişliği sonuç kesinliği için oldukça önemlidir (Şekil 3.2). Dikdörtgen, üçgen veya Hamming gibi pencerelerden biri sinyalin özelliğine göre seçilmelidir. Örneğin giriş sinyali periyodikse, sinyal kısa bir atma biçimindeyse veya başlangıç ve bitiş genliği aynı ise dikdörtgen pencere seçilmelidir. Sinyal periyodik değilse üçgen pencere fonksiyonu seçilmelidir. (Polikar, 2006).



Şekil 3.2. Üstteki şekilde KZFD ile bir sinyalin pencerelenmesi gösterilmiştir. Altteki şekilde ise KZFD sayesinde pencerelenmiş olan sinyallerin yerleşimi gösterilmektedir.

3.2 Stockwell Dönüşümü

S-dönüşümü, ilk kez “zaman serilerinin lokal spektrumunu belirleme” olarak tanımlanmıştır ve temelde zaman serilerinin, zaman-frekans gösteriminde kullanılan bir dönüşümdür (Stockwell, Mansinha, ve Lowe, 1996).

KZFD’de $w(t)$ pencere fonksiyonu frekans ile değişmez, başka bir deyişle KZFD sinyali sabit genişlikli pencereyi belli zaman aralıklarıyla kaydırarak inceler. Dolayısıyla, periyodu pencere genişliğinden fazla olan düşük frekansları tam olarak çözemez. Ayrıca yüksek frekanslarda, zaman ayırım gücü çok iyi değildir (Stockwell ve ark., 1996). Denklem (3.3)’deki $w(t)$ pencere fonksiyonu Gaussian fonksiyonu olarak seçilir ve $w(\tau-t, f)$ olarak

yazılırsa (yani pencerenin genişliği frekansa göre değişirse) S-dönüşümü elde edilmiş olur (Stockwell, 1999):

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)w(t - \tau) \exp(-i2\pi ft) dt. \quad (3.4)$$

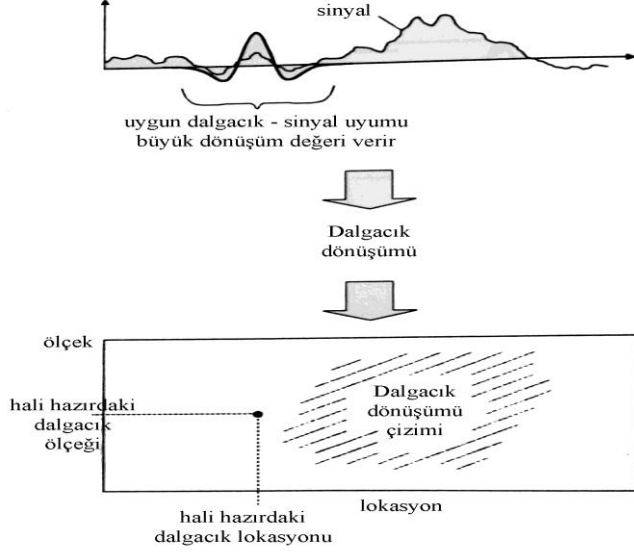
S-dönüşümü, KZFD'den farklı olarak, frekans ile orantılı olarak genişliği değişen bir pencere fonksiyonuna sahiptir. Bu yöntemde, pencere fonksiyonu zaman ekseninde ilerlerken, Fourier sinüzoidi, τ parametresinden bağımsız ve sabittir (Stockwell, 1999).

3.3 Dalgacık Dönüşümü

İlk olarak Grossman ve Morlet tarafından geliştirilen Dalgacık Dönüşümü (DD) yöntemi, ana dalgacık olarak adlandırılan $\Psi(x)$ pencere fonksiyonunun genişlemesinden (a) ve ötelenmesinden (b) elde edilen $\Psi_{a,b}(x)$ analiz dalgacık fonksiyonlarının, $f(x)$ sinyal fonksiyonu ile harmanlanmasıdır (Addison, 2002; Meyers ve ark., 1993). Ana dalgacık fonksiyonu, $\Psi(x)$, aşağıdaki üç özelliğe sahip olmak zorundadır (Meyers ve ark., 1993).

1. Ana dalgacık fonksiyonunun merkezi sıfırda olmalıdır ve $x \rightarrow \infty$ giderken, $\Psi(x) \rightarrow 0$ gitmelidir.
2. $\Psi(x)$ için ortalama değer sıfır olmalıdır. Bu koşula aynı zamanda kabul edilebilirlik koşulu denir.
3. Dalgacıklar genellikle düzenlidir, yani $\hat{\Psi}(\alpha < 0) = 0$ olur.

Matematiksel olarak dalgacık dönüşümü, sinyal ile bir dalgacık fonksiyonunun çarpımıdır. Dalgacık sinyal boyunca ilerletilebilir, germe ve sıkıştırma yapılabilir. Dalgacık dönüşümü, sinyal ile dalgacığın yerel uyumunu ölçer (Şekil 3.3). Eğer belirli bir ölçek ve konumda, Şekil 3.3'in üst kısmında gösterildiği gibi, dalgacık ile sinyal uyumu çok iyiye büyük dönüşüm değeri elde edilir. Fakat uyum iyi değilse, dönüşüm değeri küçük olur. Dönüşüm değeri, iki boyutlu dönüşüm düzleminde gösterilir (Şekil 3.3'in alt kısmında olduğu gibi) (Addison, 2002).



Şekil 3.3. Dalgacık, sinyal ve dönüşüm (Addison, 2002).

Dönüşüm, sinyalin farklı noktalarında ve farklı ölçeklerde hesaplanarak dönüşüm düzlemini doldurur, bu durum “sürekli dalgacık dönüşümü” (SDD) (continuous wavelet transform – CWT) olarak adlandırılır. Dönüşüm kesikli değerlerde hesaplanmış ise “kesikli dalgacık dönüşümü” (discrete wavelet transform – DWT) denir (Addison, 2002).

3.4 Sürekli Dalgacık Dönüşümü (SDD)

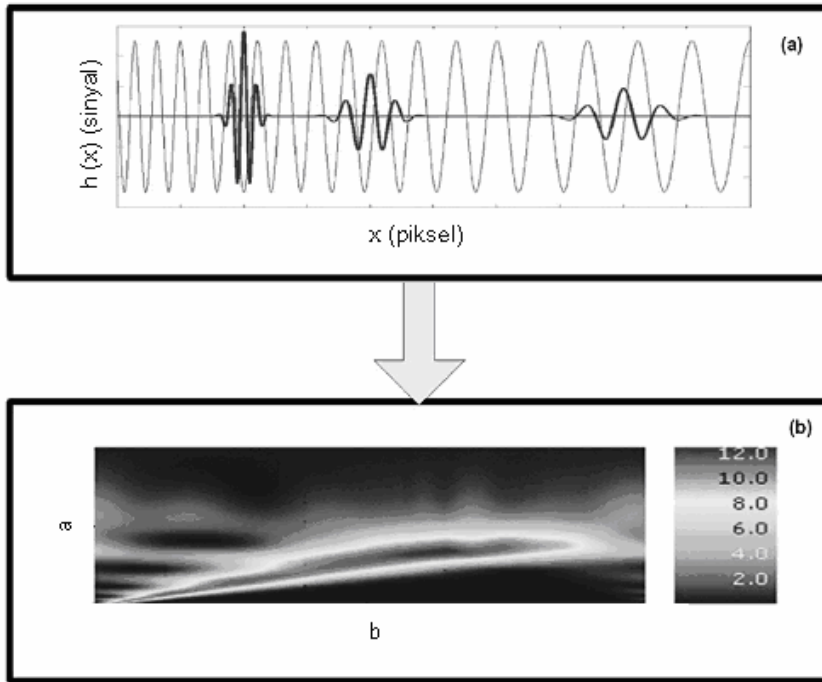
Sürekli dalgacık dönüşümü ile zamana göre frekansı değişen sinyallerin analizinde, zaman–frekans diyagramı elde edilir. Herhangi bir $f(x)$ fonksiyonu için SDD (Addison, 2002)

$$W_f(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \Psi_{a,b}^*(x) dx \quad (3.5)$$

olarak tanımlanmaktadır. $\Psi_{a,b}^*(x)$, ilerleme, germe ve sıkıştırma yapan ‘analiz dalgacık’ $\Psi_{a,b}(x)$ ’ in kompleks eşleniğidir ve

$$\Psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (3.6)$$

şeklinde yazılır. Burada $a \neq 0$ ve b gerçel olmak üzere, b öteleme a ise ölçek parametresidir. Ölçek parametresi a büyük olduğunda sinyali genişletir, düşük frekanslarda kullanılır; küçük ölçek parametresi ise sinyali sıkıştırır ve yüksek frekanslarda kullanılır. Eğer $f(x)$ bir ızgara deseninin bir satırını (ya da sütununu) gösteriyorsa, bu durumda SDD'nin mutlak değeri $|W(a, b)|$ üç boyutlu bir yüzeyin z eksenine ise, x - y düzlemi $b \times a$ boyutlu bir matristir. Başka bir deyişle, dalgacık fonksiyonu sinyali x eksenine boyunca belirli bir ölçek parametresi a değeri için konumu b parametresine bağlı olacak şekilde tarar ve bu işlem her a değeri için tekrarlanır (Şekil 3.4).



Şekil 3.4. (a) Üç farklı b değeri için, x eksenine boyunca sinyal üzerinde ilerleyen analiz dalgacığı; (b) $b \times a$ boyutlu SDD sonuç matrisi (Farge, 1992).

Ana dalgacık fonksiyonu $\Psi(x)$ 'in merkezi $x = 0$ noktası etrafındadır, çünkü

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x) dx = 0 \quad (3.7)$$

ve normalizasyonu $|\Psi_{a,b}| = 1$. Dalgacığın “kabul edilebilirlik koşulunu” sağlaması gereklidir:

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\alpha)|^2}{\alpha} d\alpha < \infty \quad (3.8)$$

Böylece hem konum hem de frekans için iyi bir lokalizasyona sahip olur. Burada c , merkez frekanstır ve kabul edilebilirlik koşulunu sağlaması için $c=6$ olarak alınmıştır (Torrence ve Compo, 1998). Ayrıca α , x 'in Fourier uzayındaki karşılığıdır, yani

$$\hat{\Psi}(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \exp(-i\alpha x) \Psi(x) dx \quad (3.9)$$

şeklindeki Fourier dönüşümünü göstermektedir. Dalgacık dönüşümün ters dalgacık dönüşümünü ise şu şekilde hesaplayabiliriz:

$$f(x) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(a, b) \Psi_{a,b}(x) \frac{dadb}{a^2} \quad (3.10)$$

Buradan çıkan sonuç $W_{a,b}$ tersinirdir.

Tek boyutlu bir ızgara sinyalinin ($h(x)$) SDD aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (Meyers et al., 1993):

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \left(\frac{x-b}{a} \right) h(x) dx. \quad (3.11)$$

$\Psi \left(\frac{x-b}{a} \right)$ fonksiyonunun Fourier dönüşümü alınıp, $\left[\frac{x-b}{a} \right] = v$ olacak şekilde değişken değiştirilirse:

$$\hat{\Psi}(\alpha) = a \exp(-iba) \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(v) \exp[-iv(a\alpha)] dv = a \exp(-iba) \hat{\Psi}(a\alpha) \quad (3.12)$$

elde edilir. Ters Fourier dönüşümünü uygulanarak

$$\Psi \left(\frac{x-b}{a} \right) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\Psi}(a\alpha) a \exp(-iba) \exp(ix\alpha) d\alpha \quad (3.13)$$

bulunur. $\Psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$ fonksiyonunun kompleks eşleniğini denklem (3.11)'de yerine yazarsak:

$$W(a, b) = \frac{a}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\Psi}^*(a\alpha) \exp(ib\alpha) \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(x) \exp(-ix\alpha) dx \right] d\alpha \quad (3.14)$$

ifadesine ulaşılmış oluruz. Sonuç olarak buradan ulaştığımız

$$W(a, b) = \sqrt{a} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\Psi}^*(a\alpha) \hat{H}(\alpha) \exp(ib\alpha) d\alpha \quad (3.15)$$

denklemini Hızlı Fourier Dönüşümü algoritmasının kullanılmasına olanak sağlar; ve böylece daha kolay ve hızlı işlemler yapmak mümkün olur (Meyers ve ark., 1993; Torrence ve Compo, 1998). $\hat{H}(\alpha)$, $h(x)$ fonksiyonunun Fourier dönüşüdür.

İki boyutlu (2D) bir ızgara deseninin ($h(x,y)$) 2D SDD aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (Niu, Quan, ve Tay, 2009):

$$W_2(a, b, \theta) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*\left(\frac{x-b_x}{a}, \frac{y-b_y}{a}, r_{-\theta}\right) h(x, y) dx dy. \quad (3.16)$$

Bu denkleme benzer işlemler uygulanarak analiz dalgacığının ve ızgara deseninin Fourier dönüşüğü cinsinden aşağıdaki gibi elde edilir:

$$W(a, b, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\Psi}^*(ar_{-\theta}\alpha_x, ar_{-\theta}\alpha_y) \hat{H}(\alpha_x, \alpha_y) \exp[i(b_x\alpha_x + b_y\alpha_y)] d\alpha_x d\alpha_y \quad (3.17)$$

3.5 Morlet Dalgacığı

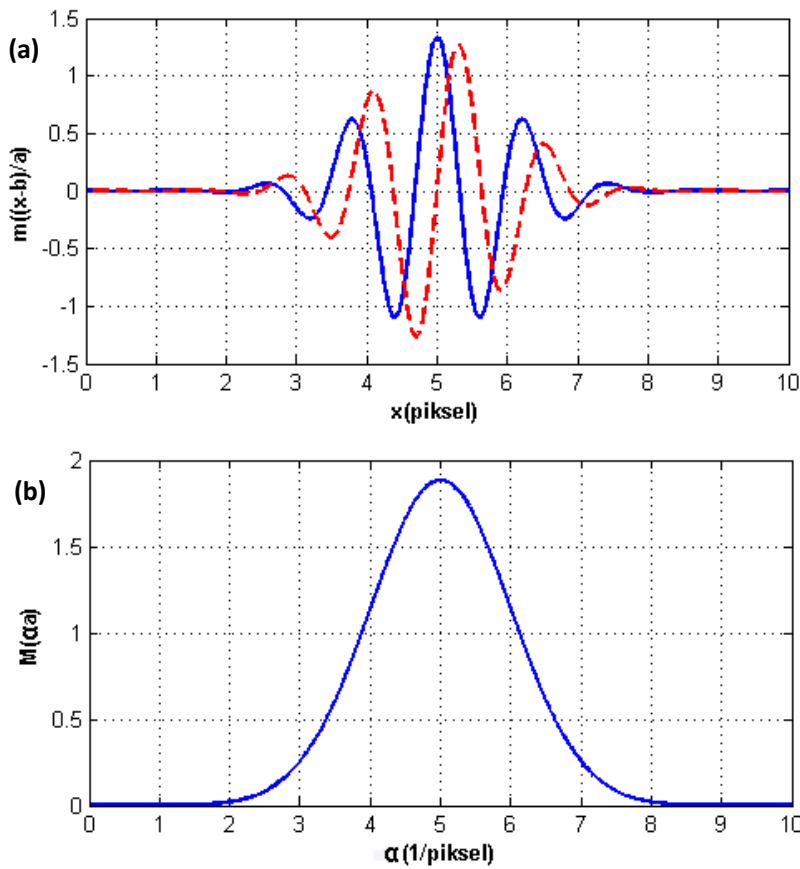
Morlet dalgacığı

$$m(x) = \pi^{1/4} \exp(icx) \exp\left(\frac{-x^2}{2}\right) \quad (3.18)$$

şeklinde tanımlanır ve bu dalgacığın Fourier dönüşümü aşağıdaki gibidir (Torrence ve Compo, 1998):

$$\hat{M}(\alpha) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} \exp\left[-\frac{(\alpha - c)^2}{2}\right] \quad (3.19).$$

Burada c , sabit uzaysal frekanstır ve 5 ya da 6 olarak seçilir. x , konumdaki değişim, α ise x 'in Fourier uzayındaki karşılığıdır. Morlet analiz dalgacığı $m\left(\frac{(x-b)}{a}\right)$ ve bunu Fourier dönüşümü $M(\alpha)$ $a=1$, $b=5$ ve $c=5$ alınarak şekil 3.5'de çizilmiştir.



Şekil 3.5. (a) Morlet analiz dalgacığı (düz çizgi gerçek kısmı, kesikli çizgi sanal kısmı göstermektedir). (b) a şıkkındaki Morlet analiz dalgacığının Fourier dönüşümü.

Morlet analiz dalgacığındaki en küçük belirsizliği hesaplamak için öncelikle dalgacığın merkezi x_c hesaplanmıştır:

$$x_c = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x \left| m \frac{(x-b)}{a} \right|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| m \frac{(x-b)}{a} \right|^2 dx} = b \quad (3.20).$$

Bunun varyasyonu şu şekilde bulunabilir:

$$(\Delta x)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x - x_c)^2 \left| m \frac{(x-b)}{a} \right|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| m \frac{(x-b)}{a} \right|^2 dx} = \frac{a^2}{2} \quad (3.21).$$

Böylece, ızgara sinyalinin $[x_c - \Delta x, x_c + \Delta x]$ aralığında $\left[b - \frac{a}{\sqrt{2}}, b + \frac{a}{\sqrt{2}} \right]$ şeklinde yoğunlaştığı hesaplanmış olur.

α - tanım kümesinde, Morlet analiz dalgacık fonksiyonunun merkezi ve bunun varyasyonu

$$\alpha_c = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \alpha |M(a\alpha)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{\infty} |M(a\alpha)|^2 d\alpha} = \frac{a}{c} \quad (3.22)$$

$$(\Delta \alpha)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\alpha - \alpha_c)^2 |M(a\alpha)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{\infty} |M(a\alpha)|^2 d\alpha} = \frac{1}{2a^2} \quad (3.23)$$

olarak elde edilir. x -tanım kümesinde olduğu gibi, α -tanım kümesinde ızgara sinyalinin $[\alpha_c - \Delta \alpha, \alpha_c + \Delta \alpha]$ aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur. Bu durumda Morlet dalgacığının en küçük belirsizliği, $\Delta x \times \Delta \alpha = 1/2$ olarak hesaplanabilir (Dursun, Ozder, ve Ecevit, 2004; Kocahan, 2008).

2D Morlet analiz dalgacı ise

$$\begin{aligned}
 & m_2 \left(\frac{x - b_x}{a}, \frac{y - b_y}{a}, r_{-\theta} \right) \\
 & = \exp \left[ic \frac{(x - b_x) \cos \theta + (y - b_y) \sin \theta}{a} \right] \exp \left[- \frac{(x - b_x)^2 + (y - b_y)^2}{2a} \right] \quad (3.24)
 \end{aligned}$$

şeklinde tanımlanır (Niu ve ark., 2009). Burada θ dönme açısı olmak üzere $r_{-\theta}$ (2x2) dönme matrisidir ve $r_{-\theta}(x, y) = (x \cos \theta + y \sin \theta, -x \sin \theta + y \cos \theta)$ şeklinde etki eder. Bu analiz dalgacığının Fourier dönüşümü aşağıdaki gibidir:

$$\widehat{M}_2(ar_{-\theta}\alpha_x, ar_{-\theta}\alpha_y) = \exp \left[- \frac{(a\alpha_x - c \cos \theta)^2 + (a\alpha_y - c \sin \theta)^2}{2} \right] \quad (3.25).$$

4. SDD İLE FAZ HESAPLAMA

4.1. Tek Yönde Değişen Taşıyıcı Frekanslı Izgara Sinyalinin Fourier Dönüşümü

Izgara deseninin bir satırını (y-piksellerini) gösteren, x yönünde değişen bir ızgara sinyalini denklem (4.1)'deki gibi tanımlayalım (Afifi ve ark., 2002):

$$h(x) = I_0(x)[1 + V(x) \cos(2\pi f_0 x + \varphi(x))] \quad (4.1)$$

Burada $I_0(x)$, arka plan parlaklığı; $V(x)$, ızgara görünürlüğü; $\varphi(x)$, ızgaranın yükseklik değişimini gösteren faz ve f_0 , x yönündeki taşıyıcı frekanstır.

Izgaranın fazı $\phi(x)$, b etrafında Taylor serisine açılırsa;

$$\varphi(x) \cong \varphi(b) + (x - b)\varphi'(b) + \frac{(x - b)^2}{2!} \varphi''(b) + \dots \quad (4.2)$$

elde edilir. Bu eşitliğin sağ tarafındaki ikinci terimden sonraki terimler $2\pi f_0 > \left| \frac{d\varphi}{dx} \right|_{max}$ koşuluna göre ihmal edilebilir (Takeda & Mutoh, 1983). Dolayısıyla faz için $\varphi(x) \cong \varphi(b) + (x - b)\varphi'(b)$ yaklaşım kullanılabilir. Izgara deseninde $\varphi(x)$ yerine yazılırsa

$$h(x) = I_0(x) \left\{ \begin{array}{l} 1 + V(x) \frac{1}{2} \exp[i(2\pi f_0 x + \varphi(b) + (x - b)\varphi'(b))] \\ + V(x) \frac{1}{2} \exp[-i(2\pi f_0 x + \varphi(b) + (x - b)\varphi'(b))] \end{array} \right\} \quad (4.3)$$

eşitliği bulunur. Ayrıca $I_0(x)$ ve $V(x)$ 'in yavaş değiştiği kabul edilirse, ızgara sinyalinin Fourier dönüşümü, $\hat{H}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) \exp(-i2\pi\alpha x) dx$, aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\hat{H}(\alpha) = I_0(b)\pi \left\{ \begin{array}{l} 2\delta(\alpha) + V(b) \left[\begin{array}{l} \delta\left(\alpha - f_0 - \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \exp[i(\varphi(b) - b\varphi'(b))] + \\ \delta\left(\alpha + f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \exp[-i(\varphi(b) - b\varphi'(b))] \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (4.4)$$

4.2. 1D Morlet Dalgacı ile 1D SDD Tekniği

1D Morlet dalgacığının Fourier dönüşümü denklem (3.19) ile verilmiştir. Bölüm 3.5’de bu dalgacığın belirsizliği ve yoğunlaştığı (lokalize olduğu) aralık ayrıntılı olarak incelenmişti. Lokalizasyon özelliğine göre, $\alpha \leq 0$ durumunda $\widehat{M}(a\alpha) = 0$ olur. Bu koşul göz önüne alınarak denklem (3.19) ve (4.4), denklem (3.15) ile verilen 1D SDD denkleminde $(W(a, b) = \sqrt{a} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{\Psi}^*(a\alpha) \widehat{H}(\alpha) \exp(ib\alpha) d\alpha)$ yerine yazılırsa tek yönde değişen taşıyıcı frekanslı ızgara sinyali için SDD

$$W(a, b) = I_0(b)V(b)\pi^{\frac{5}{4}}\sqrt{2a}\exp\left[\frac{[a(2\pi f_0 + \varphi'(b)) - c]^2}{2}\right]\exp[i(\varphi(b) + 2\pi f_0 b)] \quad (4.5)$$

elde edilir (Dursun ve ark., 2004; Ozder ve ark., 2007).

Bu denklemden elde edilen faz bilgisinde süreksizlikler bulunmaktadır. Faz farkı $-\pi$ ile $+\pi$ aralığında değişmektedir. Bu iki değişim arasında faz farkı 2π den büyük olabilir. Bu beklenilmeyen bir durumdur ve trigonometrik olarak $\alpha = \alpha + 2\pi$ olduğundan, takip eden faz değerine 2π eklenerek ya da çıkarılarak bu süreksizlik ortadan kaldırılabilir. Bu işleme faz düzeltme (phase unwrapping) denir. Bu algoritma basitçe şöyle özetlenebilir:

1. Birbirini takip eden iki faz bilgisi arasındaki fark $+\pi$ değerinden büyük olursa, sondaki faz değerinden 2π çıkarılır.
2. Birbirini takip eden iki faz bilgisi arasındaki fark $-\pi$ değerinden küçük olursa, sondaki faz değerine 2π eklenir.

Bu işlem hem x hem de y eksenini için tekrarlanırsa, bütün yüzeyin iki boyutlu yükseklik faz farkı dağılımı elde edilmiş olur (Takeda ve Mutoh, 1983). Bu yöntemde ise, sinyalin SDD’den (bkz. denk. (4.5)), faz $\phi(b) = \tan^{-1}\left(\frac{ImW}{ReW}\right) = \varphi(b) + 2\pi f_0 b$ şeklinde elde edilir. Bu $\phi(b)$ fazına uygun algoritmalar kullanılarak faz düzeltme işlemi uygulanmalıdır. Ancak

bu şekilde istenen faz dağılımı elde edilmiş olur (Dursun ve ark., 2004; Kocahan, 2008; Ozder ve ark., 2007).

4.3. İki Yönde Değişen Taşıyıcı Frekanslı Izgara Sinyalinin Fourier Dönüşümü

Izgara desenini gösteren, x ve y yönünde değişen iki taşıyıcı frekanslı bir ızgara desenini denklem (4.7)'deki gibi tanımlayalım:

$$h(x, y) = I_0(x, y)[1 + V(x, y) \cos(2\pi f_0 x + 2\pi f_0 y + \varphi(x, y))] \quad (4.7)$$

Burada $I_0(x, y)$, arka plan parlaklığı; $V(x, y)$, ızgara görünürlüğü; $\varphi(x, y)$, ızgaranın yükseklik değişimini gösteren faz ve f_0 , x ve y yönündeki taşıyıcı frekanstır.

Izgaranın fazı $\varphi(x, y)$, b etrafında Taylor serisine açılırsa;

$$\varphi(x, y) \cong \varphi_b + (x - b_x)\varphi'_x + (y - b_y)\varphi'_y + \dots \quad (4.8)$$

elde edilir. Burada $\varphi_b = \varphi(b_x, b_y)$, $\varphi'_x = \partial\varphi(b_x, b_y)/\partial x$ ve $\varphi'_y = \partial\varphi(b_x, b_y)/\partial y$ olarak kullanılmıştır. Faz için bu yaklaşım ızgara deseninde yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} h(x, y) &= I_0(x, y) \\ &+ \frac{1}{2} I_0(x, y) V(x, y) \exp \left\{ i \left[2\pi f_0 x + 2\pi f_0 y + \varphi_b + (x - b_x)\varphi'_x + (y - b_y)\varphi'_y \right] \right\} \\ &+ \frac{1}{2} I_0(x, y) V(x, y) \exp \left\{ -i \left[2\pi f_0 x + 2\pi f_0 y + \varphi_b + (x - b_x)\varphi'_x + (y - b_y)\varphi'_y \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.9)$$

eşitliği bulunur. Ayrıca $I_0(x, y)$ ve $V(x, y)$ 'in yavaş değiştiği kabul edilirse, iki yönde taşıyıcı frekanslı ızgara sinyalinin Fourier dönüşümü (Niu ve ark., 2009) aşağıdaki gibi üç terimin Fourier dönüşümlerinin toplamı olarak elde edilir:

$$\begin{aligned}
\hat{H}(\alpha_x, \alpha_y) &= A_1 + A_2 + A_3 & (4.10) \\
A_1 &= 2\pi I_0(b_x, b_y)\delta(\alpha_x, \alpha_y) \\
A_2 &= \pi I_0(b_x, b_y)V(b_x, b_y)\exp\left[i\left(\varphi_b - b_x\varphi'_x - b_y\varphi'_y\right)\right] \\
&\quad \delta\left(\alpha_x - 2\pi f_0 - \varphi'_x, \alpha_y - 2\pi f_0 - \varphi'_y\right) \\
A_3 &= \pi I_0(b_x, b_y)V(b_x, b_y)\exp\left[-i\left(\varphi_b - b_x\varphi'_x - b_y\varphi'_y\right)\right] \\
&\quad \delta\left(\alpha_x + 2\pi f_0 + \varphi'_x, \alpha_y + 2\pi f_0 + \varphi'_y\right)
\end{aligned}$$

4.4. Morlet Dalgacığı ile 2D SDD Tekniği

2D Morlet dalgacığının Fourier dönüşümü denklem (3.25) ile verilmiştir. Lokalizasyon özelliğine göre, $(\alpha_x, \alpha_y) \leq 0$ durumunda $\hat{M}(ar_{-\theta}\alpha_x, ar_{-\theta}\alpha_y) = 0$ olur. Bu özelliğe göre dalgacık ile ızgara deseni çarpıldığında, iki yönde değişen taşıyıcı frekanslı ızgara deseninin Fourier dönüşümündeki (denklem (4.40)) birinci ve üçüncü terimler sıfıra gider ($A_1 = A_3 = 0$). Bu koşul göz önüne alınarak denklem (3.25) ve (4.10), denklem (3.16) ile verilen 2D SDD denkleminde yerine yazılırsa bu ızgara deseni için SDD aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned}
W(a, b, \theta) &= \pi I_0(b_x, b_y)V(b_x, b_y)\exp\left[i(\varphi_b + 2\pi f_0 b_x + 2\pi f_0 b_y)\right] \\
&\quad \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[(a2\pi f_0 + a\varphi'_x - c \cos \theta)^2 + (a2\pi f_0 + a\varphi'_y - c \sin \theta)^2\right]\right\} & (4.11)
\end{aligned}$$

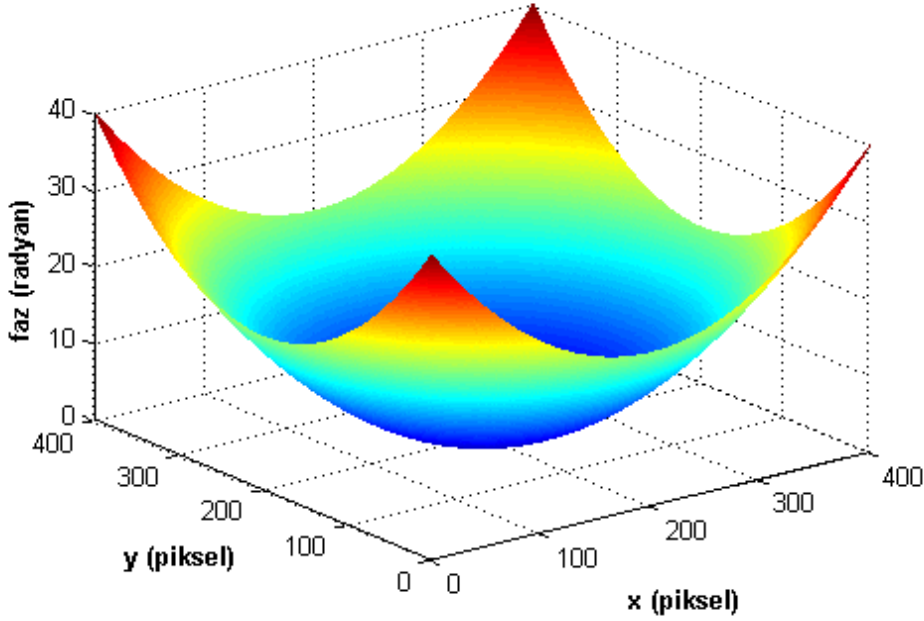
Bu yöntemde, denklem (4.11)'den faz $\phi(b) = \varphi_b + 2\pi f_0 b_x + 2\pi f_0 b_y$ elde edilir ve faz düzeltme algoritmalarından biri kullanılarak $\phi(b)$ fazından doğru faz bilgisi oluşturulur.

5. BENZEŞİM VE DENEYSSEL ÇALIŞMA

5.1. SDD için Benzeşim Çalışması

Bölüm 4'te açıklanan SDD algoritmasını test etmek amacıyla, denklem (4.1)'de tanımlanan bir uzaysal yönde (x) taşıyıcı frekanslı ve denklem (4.7)'de verilen iki yönde (x ve y) taşıyıcı frekanslı ızgara desenleri ayrı ayrı kullanılmıştır. Aşağıda verilen iki boyutlu faz fonksiyonu benzeşim fazı olarak seçilmiştir ve bu faz şekil 5.1'de çizilmiştir:

$$\varphi(x, y) = 0,0005[(x - 200)^2 + (y - 200)^2] \quad (5.1)$$

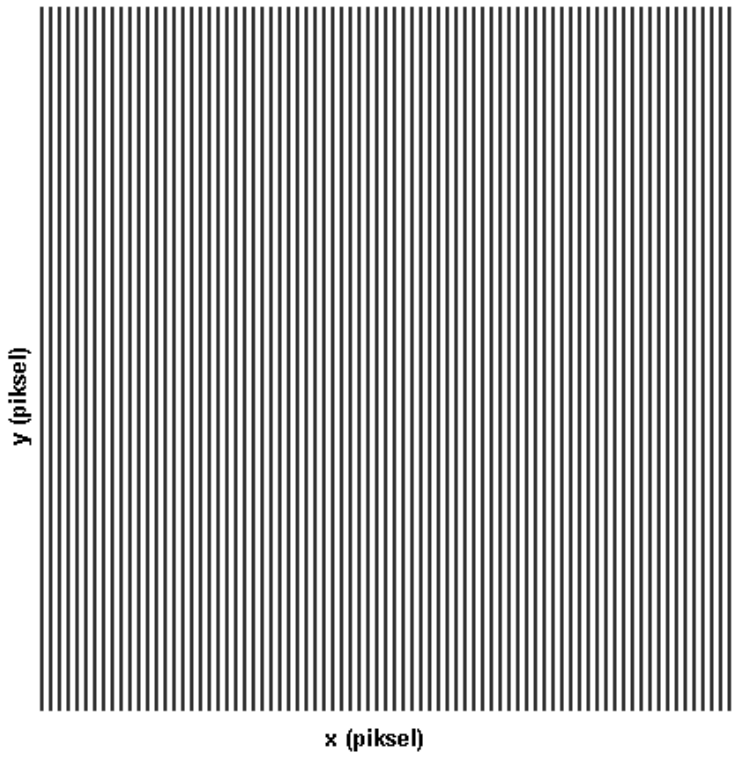


Şekil 5.1 Benzeşim faz fonksiyonu

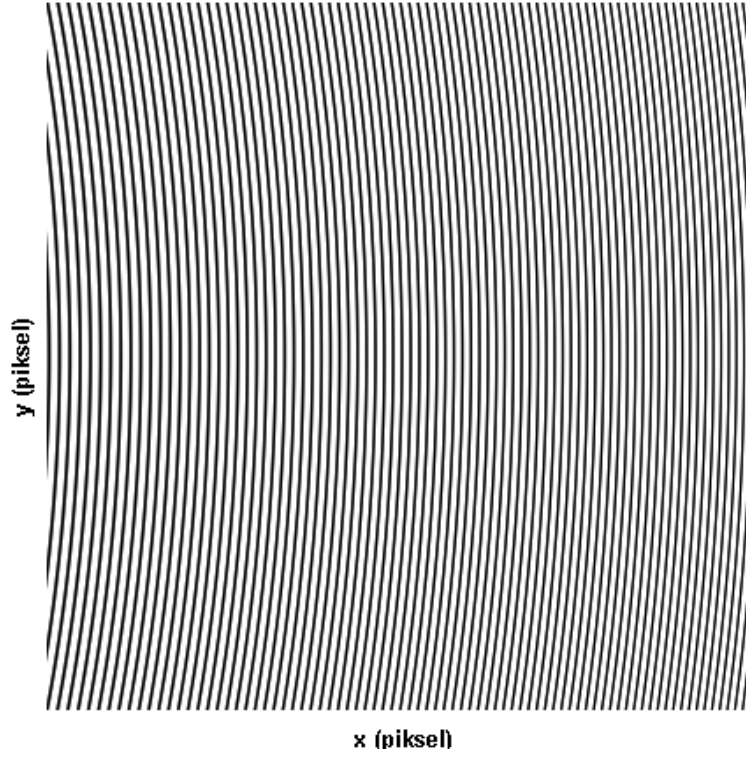
Öncelikle tek taşıyıcı frekanslı ızgara deseni için benzeşim gerçekleştirilmiştir. Denklem (4.1) ile verilen ızgara deseninde $I_0(x) = V(x) = 1$ ve $f_0 = 0,2$ (1/piksel) kabul edildiğinde

$$h(x) = 1 + \cos(1,26x + \varphi(x)) \quad (5.2)$$

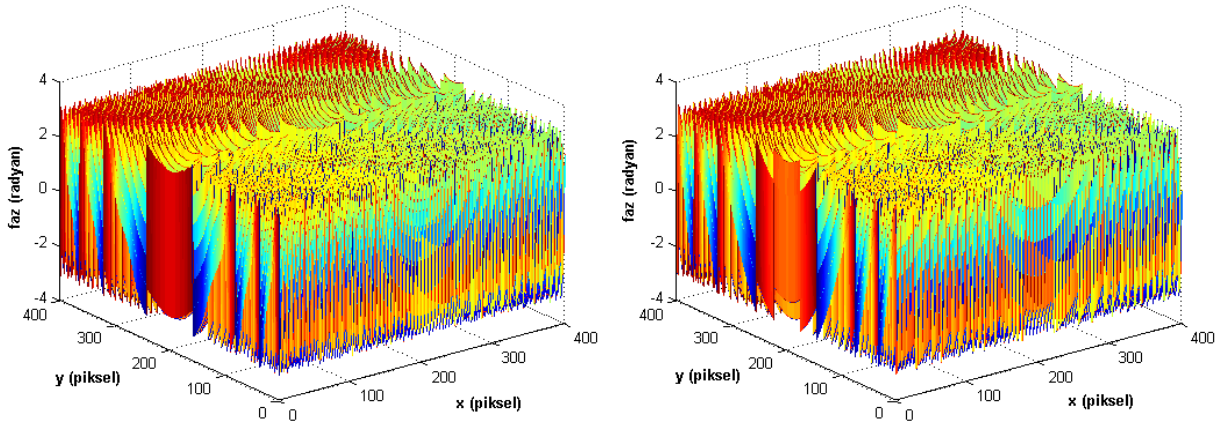
denklemleri elde edilir. Burada $\varphi(x)$ faz farkı başlangıçta “0” alınarak önce referans ızgara deseni Şekil 5.2 (a)’daki gibi oluşturulmuştur. Daha sonra denklem (5.1) ile verilen faz denklem (5.2)’de kullanılarak Şekil 5.2 (b)’deki deforme olmuş ızgara deseni elde edilmiştir. Bu bozulmuş ızgara deseninden fazı tekrar bulabilmek için Bölüm 4’te açıklanan 1D SDD ve 2D SDD teknikleri Morlet dalgacığı kullanılarak uygulanmıştır. Denklem 5.2, bu dönüşümlere sokulduğunda elde edilen faz değerlerinde süreksizlikler meydana gelmiştir (Şekil 5.3 (a) ve (b)). Bu süreksizlikleri gidermek amacıyla MATLAB 7.9 programında bulunan faz düzeltme işlemi uygulanmış ve en başta önerilen Şekil 5.1’deki faz aynen tekrar elde edilmiştir (Şekil 5.4 (a) ve (b)).



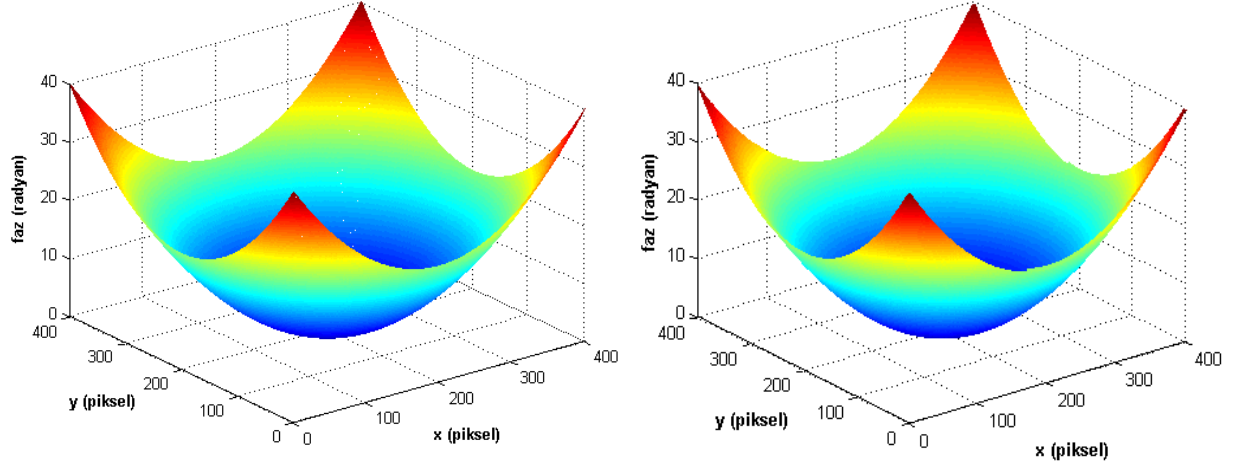
Şekil 5.2 (a) x yönünde tek taşıyıcı frekanslı ızgara sinyali ile 400 satırda oluşturulan ızgara deseninin görünümü ($f_0 = 0.2$ (1/piksel)); **(b)** Fazı sıfırdan farklı x-yönünde taşıyıcı frekanslı ızgara deseni.



Şekil 5.3 Fazı sıfırdan farklı x-yönünde taşıyıcı frekanslı ızgara deseni.



Şekil 5.4 (a) 1D SDD ve (b) 2D SDD teknikleri Morlet dalgacıği kullanılarak elde edilen süreksizlikleri düzeltilmemiş faz dağılımı.

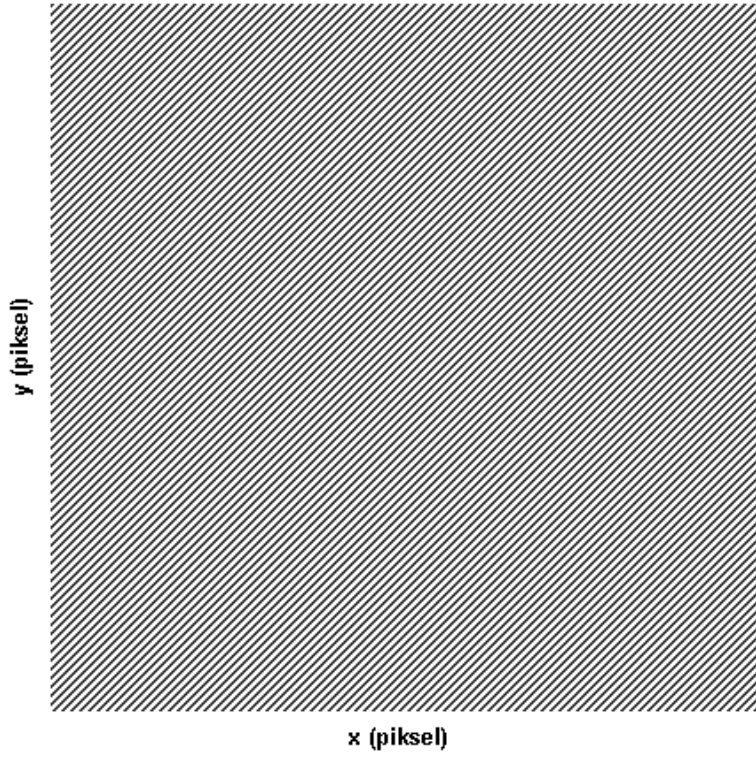


Şekil 5.5 (a) 1D SDD ve **(b)** 2D SDD teknikleri Morlet dalgacığı kullanılarak elde edilen faz düzeltme işlemi uygulanmış faz dağılımı.

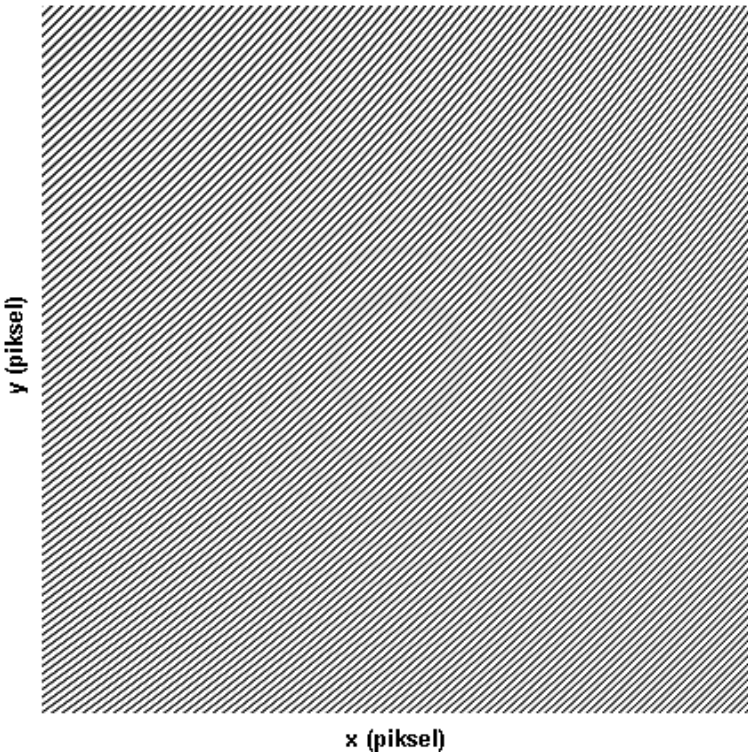
Ayrıca, iki yönde (x ve y) taşıyıcı frekanslı ızgara deseni için 1D ve 2D SDD yöntemleri tekrar test edilmiştir. Bu işlem için kullanılan ızgara deseninin bir satırını gösteren denklem şöyledir:

$$h(x) = 1 + \cos(1,26x + 1,26y + \varphi(x)) \quad (5.3)$$

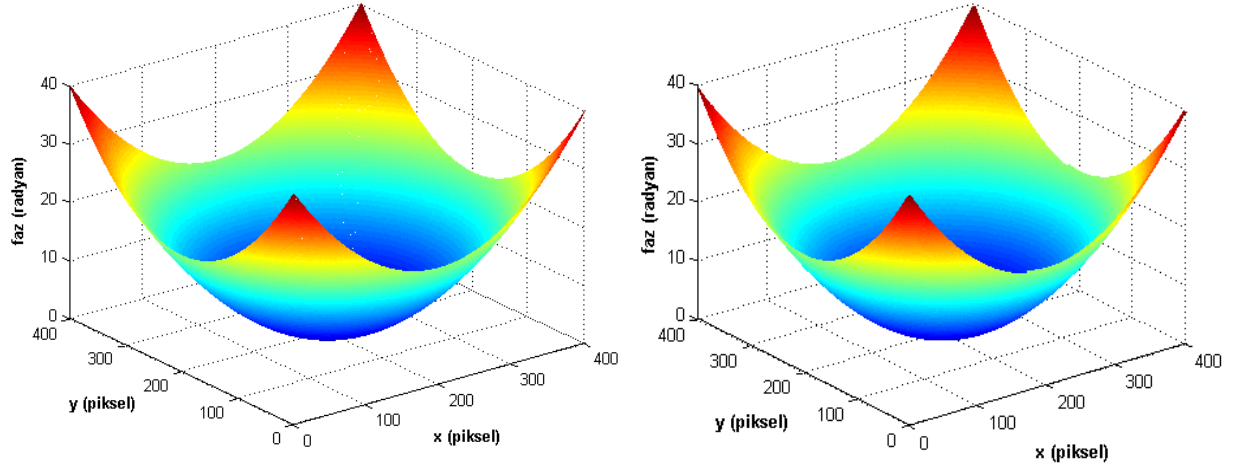
Öncelikle $\varphi(x)$ faz farkı “0” kabul edilmiştir ve böylece şekil 5.6’da gösterilen ızgara deseni çizilmiştir. Deforme olmuş ızgara desenini oluşturmak için denklem (5.1) ile verilen faz denklem (5.3)’de yerine konulmuştur (Şekil 5.7). Bu ızgara deseninden fazı bulabilmek için yukarıda açıklanan işlemler tekrarlanmış ve böylece doğru faz bilgisi şekil 8 (a) ve (b)’deki gibi bulunmuştur.



Şekil 5.6 x ve y yönünde iki taşıyıcı frekansla oluşturulmuş ızgara deseninin görünümü ($f_0 = 0.2$ (1/piksel)).

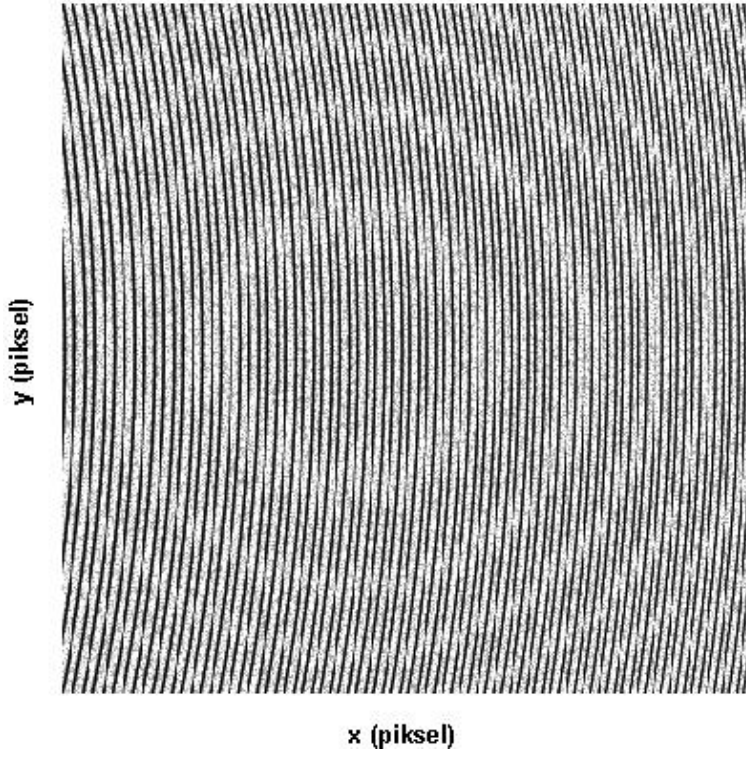


Şekil 5.7 Fazı sıfırdan farklı iki taşıyıcı frekanslı ızgara deseni.

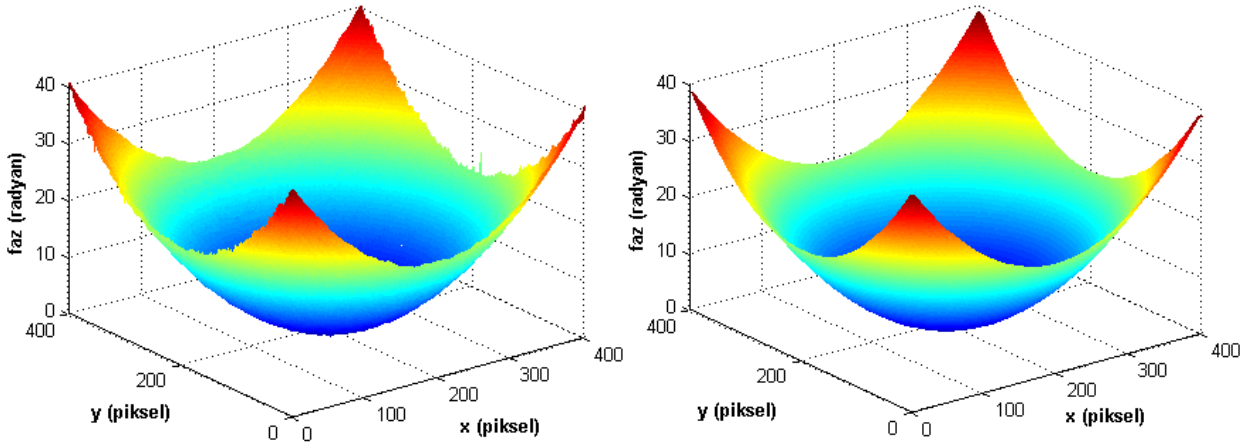


Şekil 5.8 (a) 1D SDD ve **(b)** 2D SDD teknikleri Morlet dalgacığı kullanılarak elde edilen faz düzeltme işlemi uygulanmış faz dağılımı.

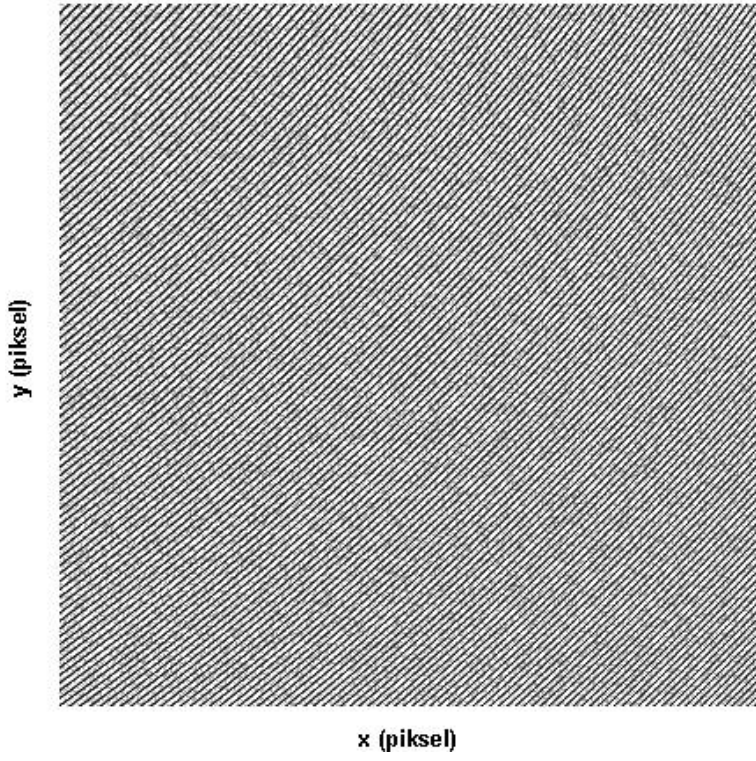
2D SDD'nin gürültü içeren görüntüleri temizlemede başarılı olduğu literatürde vurgulanmaktadır (Gdeisat ve ark., 2010; Niu ve ark., 2009). Bu bilginin test edilmesi amacıyla bu çalışmada oluşturulan benzeşim verilerine gürültü eklenmiştir. Benek gürültüsü (speckle noise) eklenen fazı sıfırdan farklı tek taşıyıcı frekanslı ızgara deseni şekil 5.9'da gösterilmiştir. Bu gürültülü görüntüye 1D ve 2D SDD yöntemi uygulanarak elde edilen 3D profiller şekil 5. 10'daki gibidir. Aynı şekilde fazı sıfırdan farklı iki taşıyıcı frekanslı ızgara desenine de benek gürültü eklendiğinde şekil 5.11'de verilen görüntüye ulaşılmıştır. Benzer işlemler tekrarlanarak oluşturulan profiller şekil 5.12'de yer almaktadır.



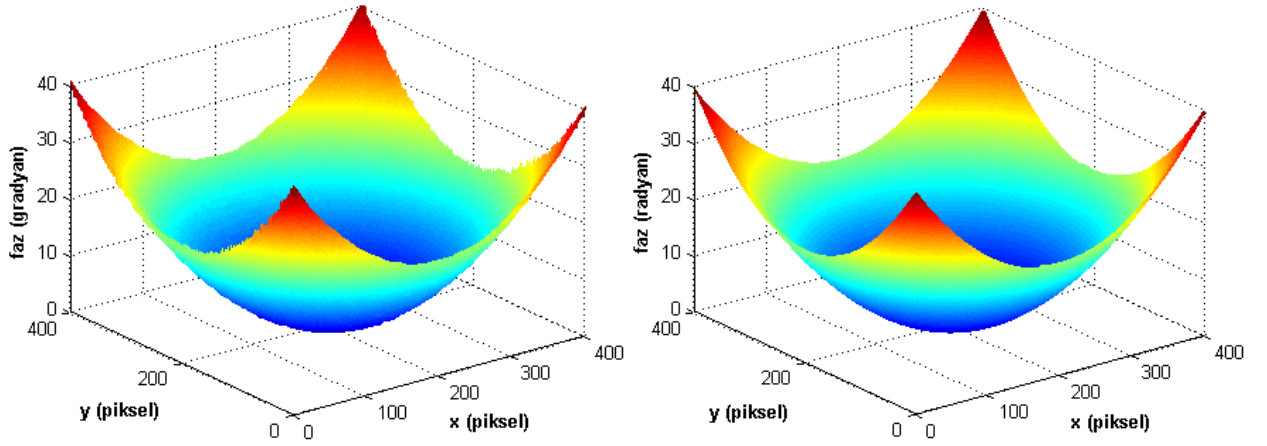
Şekil 5.9 Tek taşıyıcı frekanslı ızgara desenine benek gürültüsü eklenmiş görüntü.



Şekil 5.10 Tek taşıyıcı frekanslı ızgara desenine benek gürültüsü eklenerek yapılan çalışmada
(a) 1D SDD ile; (b) 2D SDD ile elde edilen profiller.



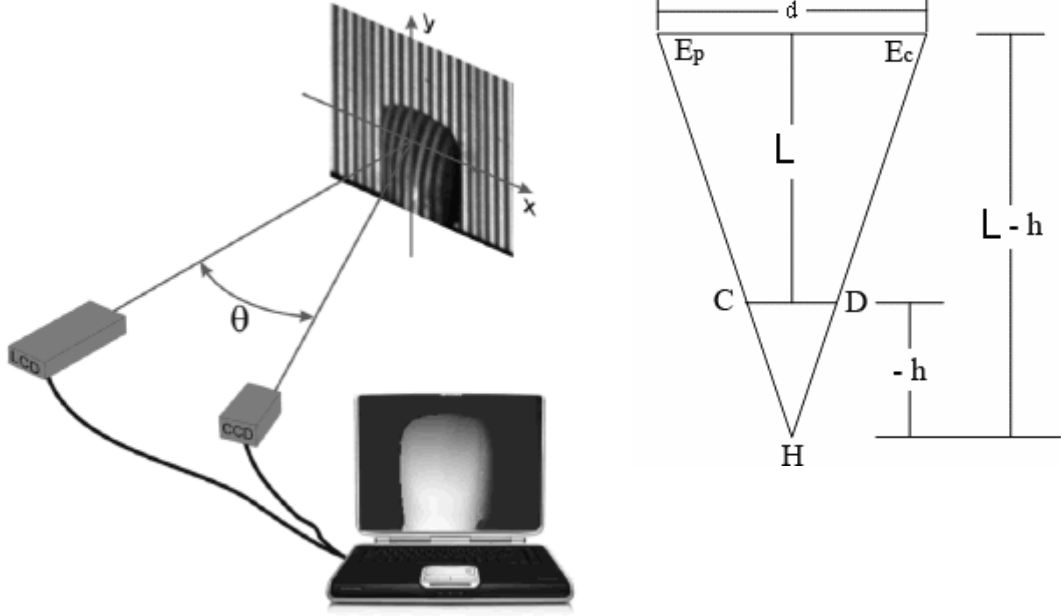
Şekil 5.11. İki taşıyıcı frekanslı ızgara desenine benek gürültüsü eklenmiş görüntü.



Şekil 5.12. İki taşıyıcı frekanslı ızgara desenine benek gürültüsü eklenerek yapılan çalışmada (a) 1D SDD ile; (b) 2D SDD ile elde edilen profiller.

5.1 Deney Düzeneği ve Veri Alımı

Şekil 13’de, Bölüm 2.1’de açıklanan çapraz optik eksenli geometri kullanılarak kurulan, deney düzeneğinin şematik gösterimi verilmiştir.

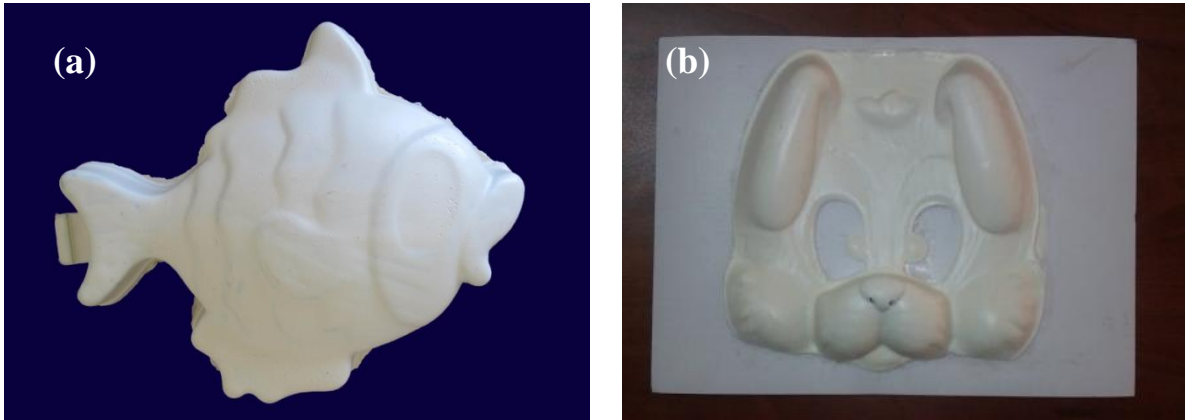


Şekil 5.13 (a) Çapraz optik eksenli geometride kurulan deney düzeneğinin şeması; **(b)** geometrik gösterimi.

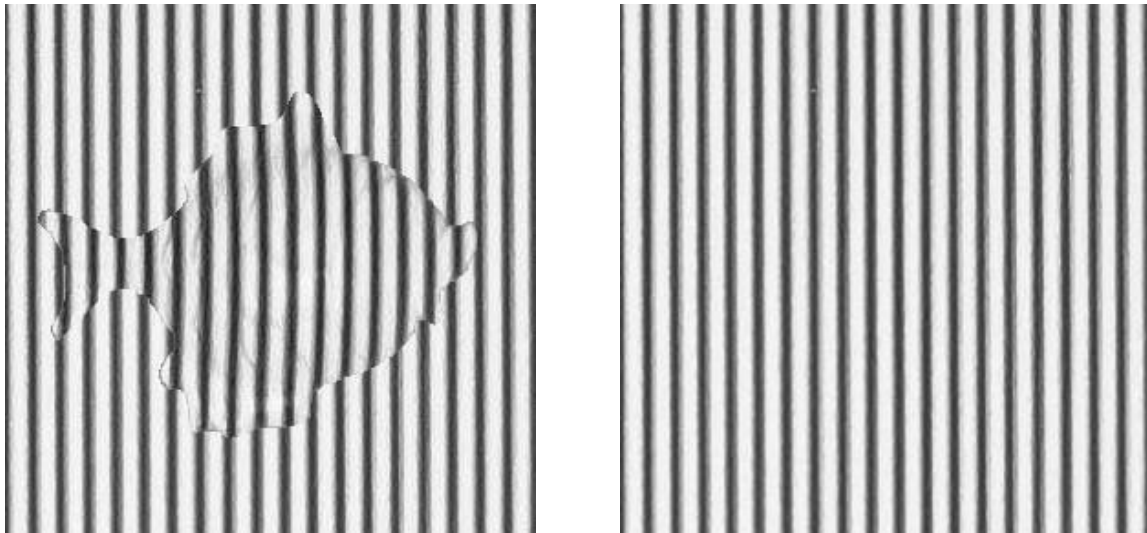
Deney düzeneğinde kullanılan projektör (BENQ MP512 600x800) piksel çözünürlüğündedir. CCD kamera; CANON - IXSUS, 10 mega piksel maksimum çözünürlüğe sahiptir. 5.2 ve 5.3 denklemleri kullanılarak, MATLAB 7.9 paket programında, sinüzoidal ızgara desenleri oluşturulmuştur. Izgara deseni öncelikle referans düzleme yansıtılır. Referans düzlemin merkezine odaklanan CCD kamera ile RGB formatında ilk görüntü alınır. Daha sonra, referans düzlemin merkezine yerleştirilen cismin görüntüsü, yine RGB formatında alınarak kameranın hafızasına kaydedilir. Elde edilen bu iki görüntü bilgisayara aktarılarak ve siyah beyaz görüntüye dönüştürülerek dönüşüm algoritmalarında analiz için hazırlanır (Kocahan, 2008).

Çalışmamızda, Bölüm 4’te açıklanan SDD yöntemi ile faz hesaplama yöntemini test etmek amacıyla farklı yüksekliklerde iki ayrı cisim (Şekil 14 (a) ve (b)) için ölçümler yapılmıştır. İlk olarak bir balık kalıbı ile yapılan deneyde, kamera ile referans düzlem arası

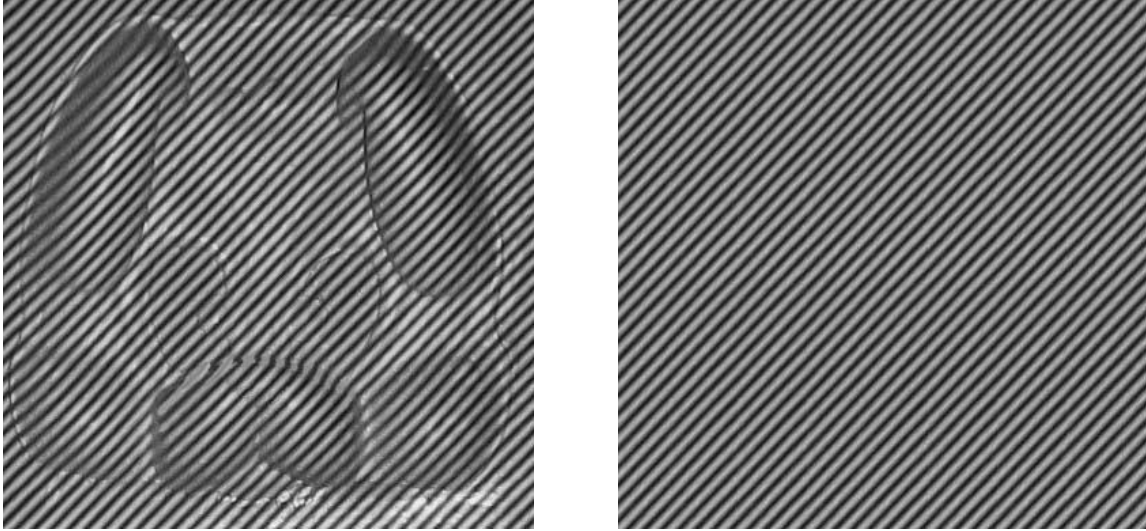
uzaklık $L = 175 \text{ cm}$, kamera-projektör arası uzaklık $d = 14,5 \text{ cm}$ ve ızgara periyodu $p_0 = 1/f_0 = 1,2 \text{ cm}$ olarak ölçülmüştür. Bu düzenek ile elde edilen referans ve üzerine ızgara deseni yansıtılmış cisim görüntüsü şekil 15’de verilmiştir. Bir diğer cisim maske ile yapılan deneyde $L = 187,2 \text{ cm}$, $d = 14 \text{ cm}$ ve $p_0 = 8 \text{ mm}$ olarak ayarlanmıştır. Önce referans görüntü ve daha sonra da cisim görüntüsü (Şekil 16) faz ve buradan da yükseklik hesaplamak üzere hazırlanmıştır.



Şekil 5.14. Tezde kullanılan cisimler (a) balık kalıbı; (b) maske.



Şekil 5.15. Balık üzerine x yönünde tek taşıyıcı frekansla ($f_0=0,2$) oluşturulmuş ızgara deseninin yansıtılmasıyla elde edilen görüntü ve referansı.



Şekil 5.16. Maske üzerine x ve y yönünde iki taşıyıcı frekansla ($f_0=0,2$) oluşturulmuş ızgara deseninin yansıtılmasıyla elde edilen görüntü ve referansı.

5.3 Deney ile Elde Edilen Verilerin Değerlendirilmesi

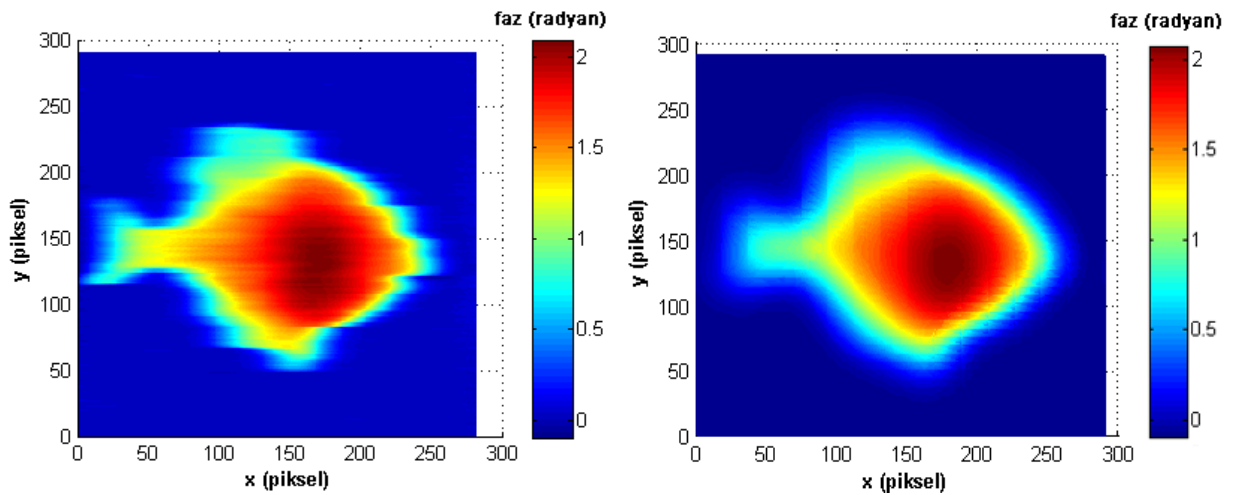
Yapılan bu çalışmada temel hedef, basit bir düzeneğin hazırlanması ile cismin her noktadaki yüksekliğini bulmaktır. Bu amaç doğrultusunda, deney ile elde edilen ve şekil 5.15 ve 16 ile verilen görüntülerden, 1D ve 2D SDD dönüşümleri kullanılarak öncelikle faz dağılımları hesaplanmalıdır. Bunun için Bölüm 4'te açıklanan SDD'yi uygulamak üzere MATLAB 7.9 üzerinde programlar hazırlanmıştır (Gdeisat ve ark., 2010; Torrence ve Compo, 1998).

İlk olarak x yönünde tek taşıyıcı frekansla elde edilen ızgara deseni ile yapılan deney sonucu hazırlanan balık fotoğrafları program ile işlenmiştir. Bu fotoğraflar NXM boyutlu bir matristir, dolayısıyla görüntülerin her satır ve sütununa ayrı ayrı 1D ve 2D SDD uygulanarak referans ve cisim görüntülerinin faz dağılımları elde edilmiştir. Bu faz dağılımlarında süreksizlikler meydana gelmektedir. Daha önce de açıklandığı gibi SDD dönüşümü ile her satır ve sütun için hesaplanan fazdaki bu süreksizliği düzeltmek için de faz düzeltme işlemi kullanılmıştır. Böylece referans ve cismin görüntüsünün, her x ve y için fazı 1D SDD ile doğru olarak hesaplanmıştır. Daha sonra $\varphi_R(x, y)$ referans görüntünün ve $\varphi_O(x, y)$ cismin görüntüsünün faz dağılımlarının farkının alınmasıyla $\Delta\varphi(x, y) = \varphi_O(x, y) - \varphi_R(x, y)$ her noktada faz bilgisi (Şekil 5.17 (a) ve (b)) elde edilmiştir. Bu faz dağılımını yükseklik bilgisine

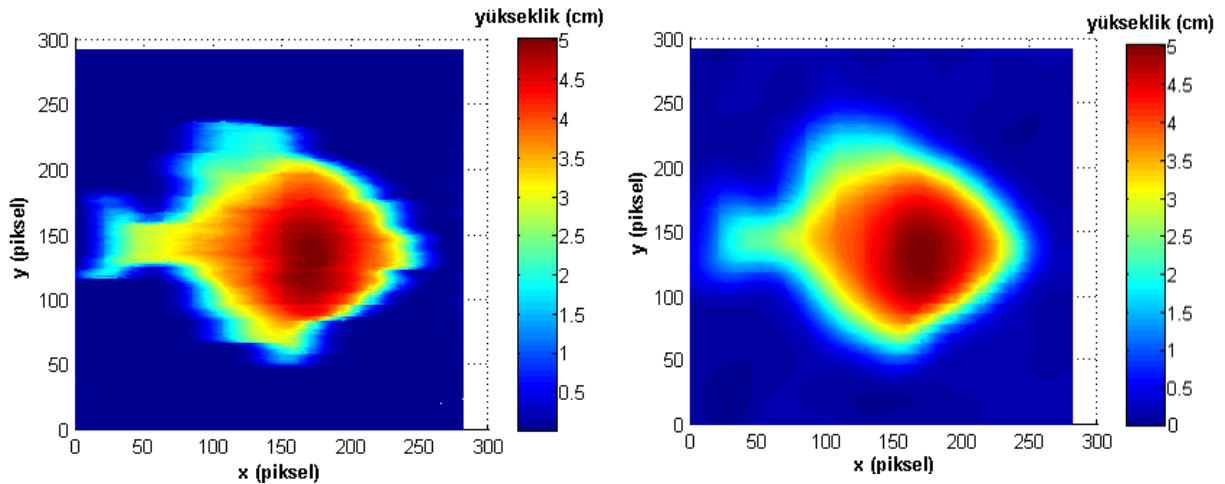
çevirmek için ise şekil 5.13 (b) ile verilen deney düzeneğinin geometrisinde üçgen benzerliğinden faydalanılarak oluşturulan denklem (5.4) kullanılmıştır (Takeda ve Mutoh, 1983):

$$Yükseklik(x, y) = \frac{Lp_0 \left[\frac{\Delta\varphi(x, y)}{2\pi} \right]}{\left\{ p_0 \left[\frac{\Delta\varphi(x, y)}{2\pi} \right] - d \right\}} \quad (5.4)$$

Burada, p_0 referans düzlem üzerindeki yansıtılan ızgara görüntüsünde ızgara desenleri arası uzaklıktır. Böylece oluşturulan 3D profiller 1D ve 2D SDD için sırasıyla şekil 5.18 (a) ve (b)'de gösterilmiştir.

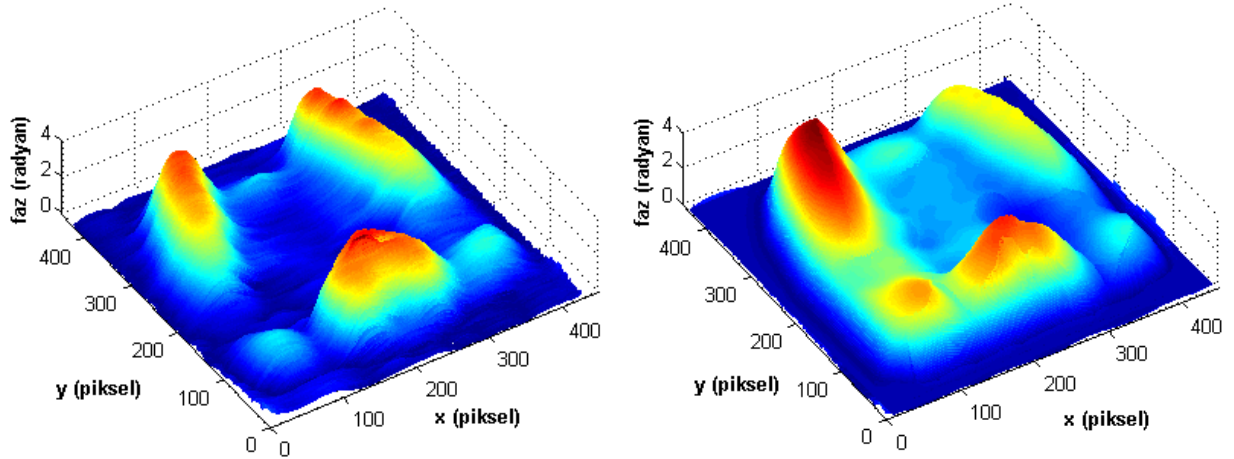


Şekil 5.17. (a) Balık için 1D SDD ile hesaplanan faz dağılımı; (b) 2D SDD ile hesaplanan faz dağılımı.

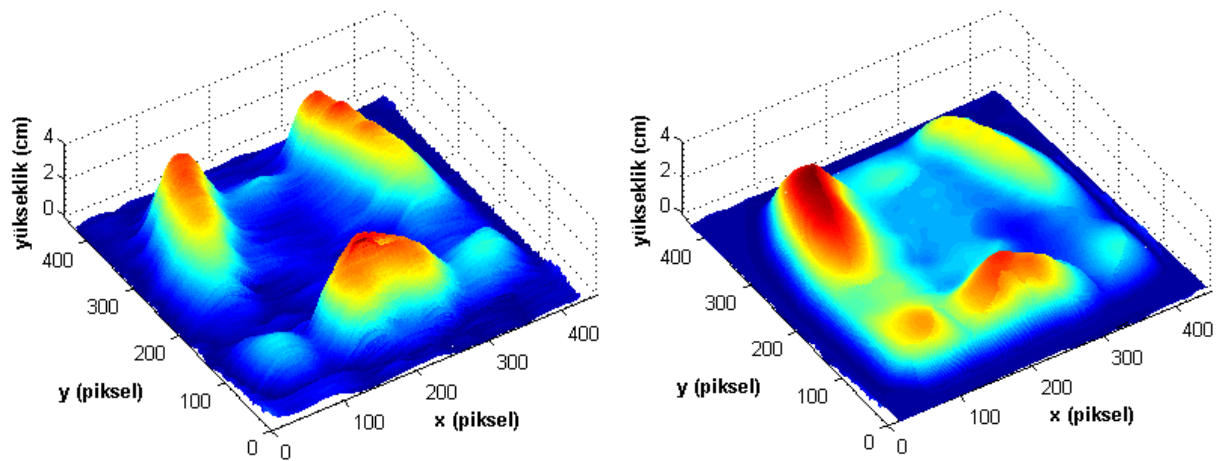


Şekil 5.18. (a) Balık için 1D SDD ile oluşturulan 3D profil; (b) 2D SDD ile oluşturulan 3D profil.

İki yönde taşıyıcı fazın kullanıldığı 2D ızgara deseni ile elde edilen maskenin görüntülerinden de benzer işlemler ile önce faz dağılımları hesaplanmıştır. 1D ve 2D SDD ile hesaplanan faz dağılımları şekil 5.19 (a) ve (b) de verilmiştir. Bu faz dağılımlarına denklem (5.4) uygulanarak elde edilen yükseklik dağılımı şekil 5.20 (a) ve (b)'deki gibi oluşturulmuştur.

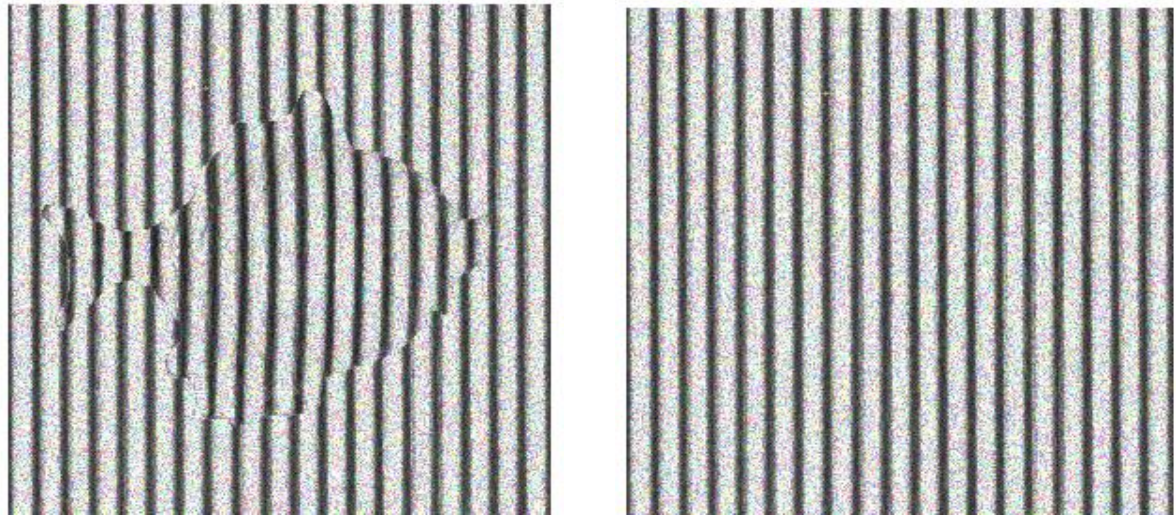


Şekil 5.19. (a) Maske için 1D SDD ile hesaplanan faz dağılımı; (b) 2D SDD ile hesaplanan faz dağılımı.

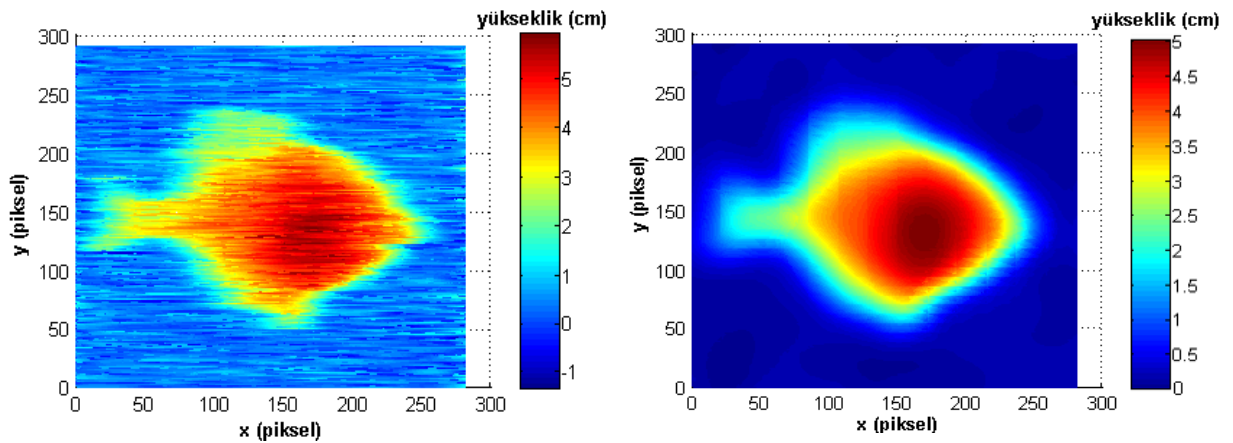


Şekil 5.20. (a) Maske için 1D SDD ile oluşturulan 3D profil; (b) 2D SDD ile oluşturulan 3D profil.

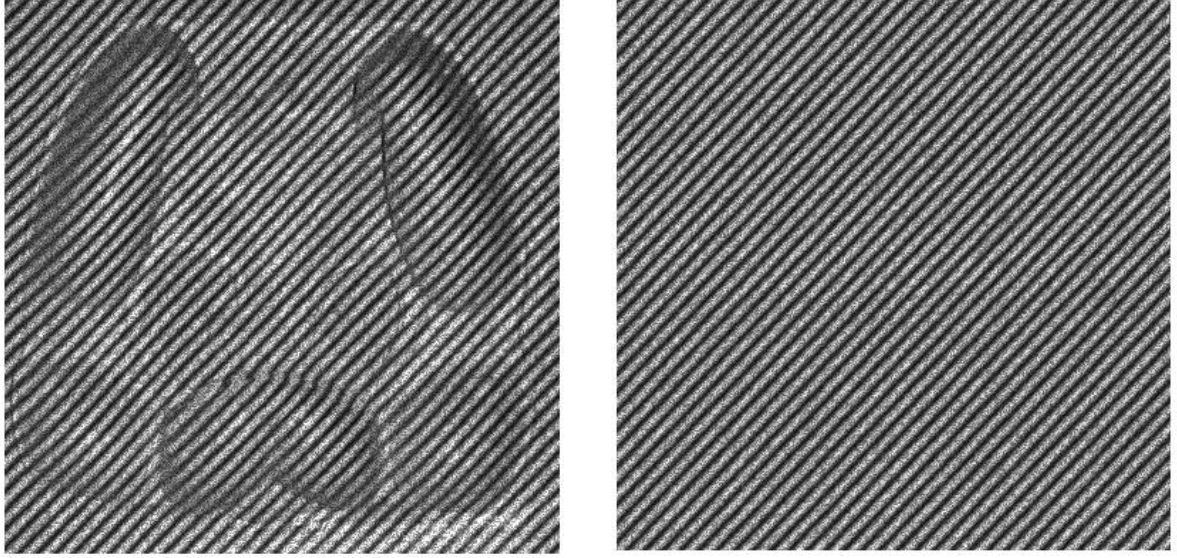
Literatürde sıklıkla çalışılmış olan 2D SDD'nin gürültü içeren görüntüleri temizlemede başarılı olduğu vurgulanmaktadır (Gdeisat ve ark., 2010; Niu ve ark., 2009). Bu bilginin test edilmesi amacıyla bu çalışmada elde edilen deneysel verilere gürültü eklenmiştir. Benek gürültüsü (MATLAB 7.9 programı üzerinde 0,05 değerinde gürültü) eklenen balık görüntüsü şekil 5.21'de gösterilmiştir. Bu gürültülü görüntüye 1D ve 2D SDD yöntemi uygulanarak elde edilen 3D profiller şekil 5.22'deki gibidir. Aynı şekilde maske görüntüsüne de benek gürültü eklendiğinde şekil 5.23'de verilen görüntüye ulaşılmıştır. Benzer işlemler tekrarlanarak oluşturulan profiller şekil 5.24'de yer almaktadır.



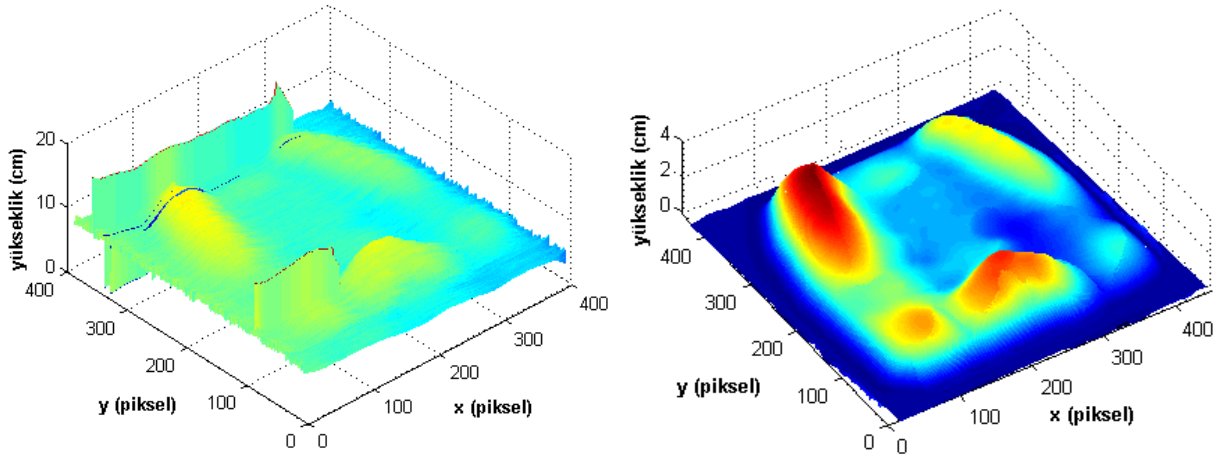
Şekil 5.21. Balık ve referansının benek gürültüsü eklenmiş görüntüleri.



Şekil 5.22. Balık görüntüsüne benek gürültüsü eklenerek yapılan çalışmada (a) 1D SDD ile; (b) 2D SDD ile elde edilen profiller.



Şekil 5.23. Maskenin ve referansının benek gürültüsü eklenmiş görüntüleri.

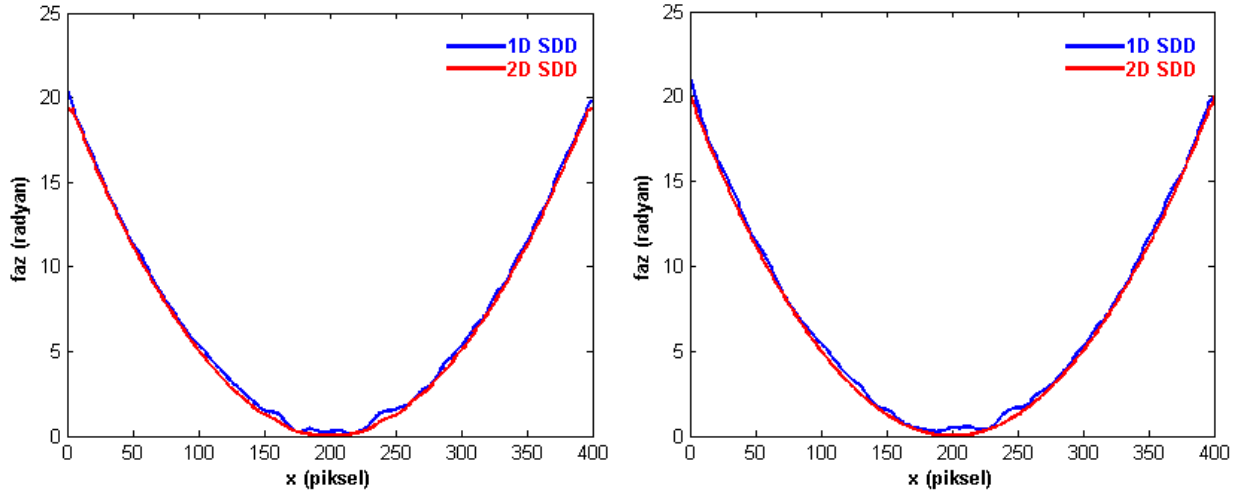


Şekil 5.24. Maske görüntüsüne benek gürültüsü eklenerek yapılan çalışmada (a) 1D SDD ile; (b) 2D SDD ile elde edilen profiller.

6. TARTIŞMA VE SONUÇ

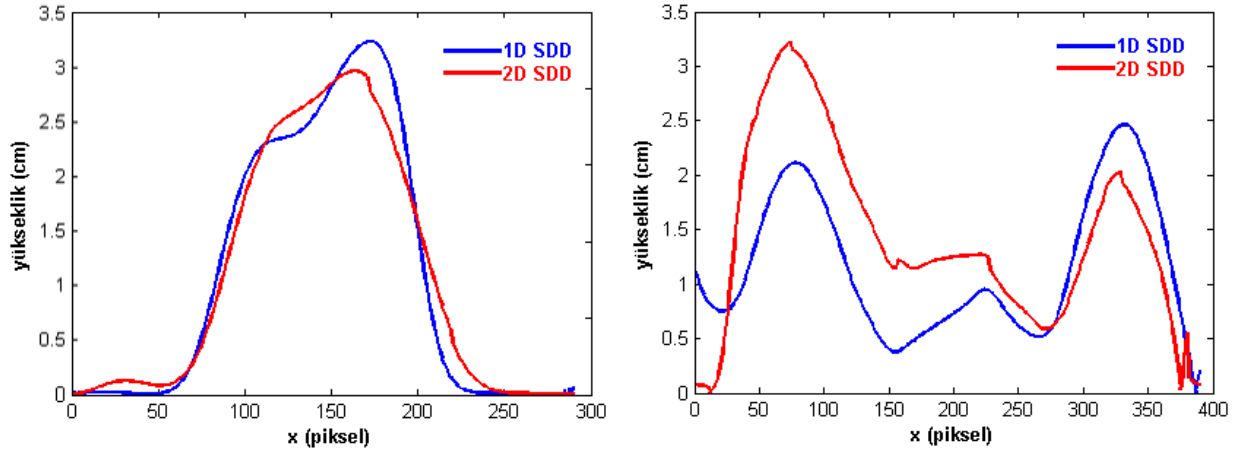
6.1 Elde Edilen Yükseklik Verilerin Karşılaştırılması

Oluşturulan profillerin doğruluğunun test edilmesi amacıyla yapılan benzeşim çalışmasında gürültü eklenerek her iki ızgara deseni ile 1D ve 2D SDD kullanılarak elde edilen profillerin $y=200$ satırı için karşılaştırmaları şekil 6.1’de verilmektedir.

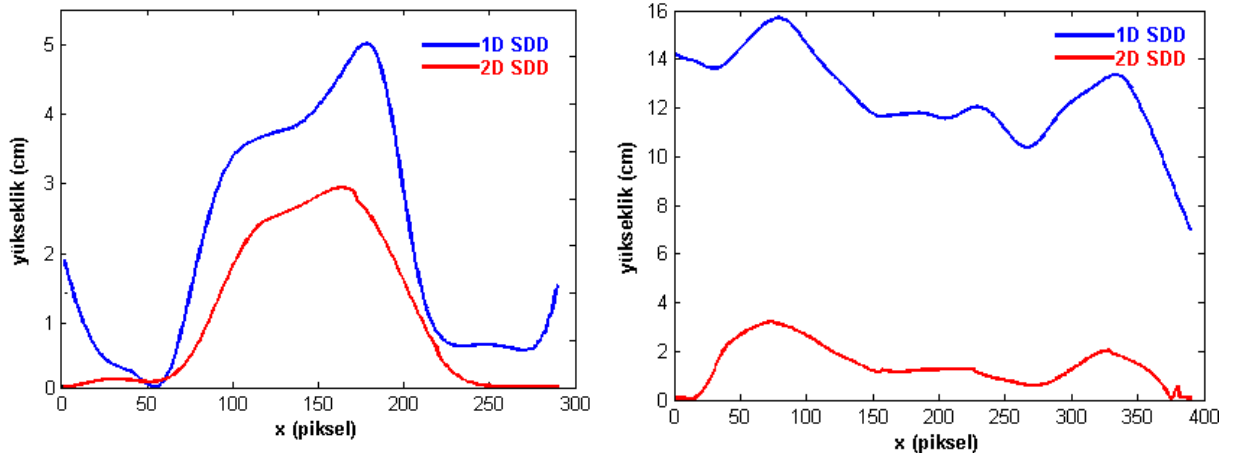


Şekil 6.1. (a) Tek taşıyıcı frekans ve (b) iki taşıyıcı frekans ile oluşturulan fazları sıfırdan farklı ve gürültü eklenen ızgara desenleri ile yapılan benzeşimde elde edilen profillerin $y = 200$ satırı için karşılaştırılması.

Maske ve balık için elde edilen profillerin karşılaştırılması amacıyla $y = 200$ satır için elde edilen yükseklik bilgileri şekil 6.2’de üst üste çizilmiştir. Ayrıca şekil 6.3 (a)’da benek gürültüsü eklenerek çözümlene yapılan verilerle oluşturulan balık yükseklikleri $y=200$ satır için karşılaştırılmaktadır. Şekil 6.3 (b)’de ise maske için yapılan karşılaştırma bulunmaktadır.



Şekil 6.2. (a) Balığın, (b) maskenin $y = 200$ satırı için elde edilen yükseklik bilgilerinin karşılaştırılması.



Şekil 6.3. (a) Balık, (b) maske görüntüsüne benek gürültüsü eklenerek yapılan çalışmada elde edilen yükseklik bilgilerinin $y = 200$ satırı için karşılaştırılması.

Her iki cisim için 1D ve 2D SDD ile elde edilen yükseklik bilgilerinin doğruluğunun denetlenmesi amacıyla, cisimler üzerinden seçilen 4 farklı nokta için mikrometre ile yükseklik ölçülmüştür. Bu mekanik ölçüm ile ızgara yansıtma ile profil belirleme tekniğiyle bulunan değerler arasındaki hatalar hesaplanmıştır ve tablo 6.1 ve 2'de sırasıyla balık ve maske için verilmiştir.

Çizelge 6.1. Balık kalıbı için 1D ve 2D SDD ile hesaplanan ve mekanik ile ölçülen yükseklik değerlerinin karşılaştırılması

Piksel Numarası (X x Y)	Yükseklik değerleri (cm)			Hata (%)	
	1D SDD	2D SDD	Mekanik ölçüm	1D SDD	2D SDD
100 x 100	2,18	2,07	2,11	3,03	1,89
150 x 150	4,47	4,58	4,64	3,71	1,29
200 x 150	4,64	4,66	4,73	1,81	1,48
200 x 200	3,52	3,53	3,70	4,90	4,90

Çizelge 6.2. Maske için 1D ve 2D SDD ile hesaplanan ve mekanik ile ölçülen yükseklik değerlerinin karşılaştırılması

Piksel Numarası (X x Y)	Yükseklik değerleri (cm)			Hata (%)	
	1D SDD	2D SDD	Mekanik ölçüm	1D SDD	2D SDD
200 x 100	3,10	3,66	3,29	5,77	11,24
100 x 300	2,95	3,59	3,08	4,22	16,55
300 x 300	3,42	2,93	3,50	2,29	16,28
350 x 200	1,93	1,58	2,10	8,09	24,76

6.1 Sonuç

Şekil 5.1’de önerilen faz, 1D ve 2D SDD kullanılarak Şekil 5.5’deki gibi aynen oluşturulmuştur. Bu faza benek gürültüsü eklendiği durumda, Şekil 6.1’de görüldüğü gibi her iki ızgara deseni için de birbirine çok yakın sonuçlar elde edilmiştir. Dolayısıyla ızgara deseninin çözümde bir farklılık yaratmadığı sonucuna varılabilir. Ancak 1D SDD ile oluşturulan faz değerinde hatalar olduğu görülmektedir. Bu şekilden 2D SDD’nin gürültülü görüntüyü çözmekte daha başarılı olduğu söylenebilir.

Bu durumun doğrulunun araştırılması için iki farklı cisim ve iki farklı ızgara deseni ile deneyler gerçekleştirilmiştir. Balık kalıbı kullanılarak alınan görüntüler işlenerek elde edilen profiller incelendiğinde (Şekil 5.17 ve 18) 1D SDD ile elde edilen profilin daha ayrıntılı ve gerçek balık kalıbının şeklini verdiği söylenebilir. 2D SDD ile yapılan hesaplamada ise elde edilen sonuç ortalama yüksekliğin doğru olduğu ancak oluşturulan profilin daha düz ve ayrıntısız olduğu gözlenmektedir. Buna karşın görüntülere gürültü eklendiğinde 1D SDD çok büyük hatalar verirken (Şekil 5.22), 2D SDD'nin verdiği profil değişmemiştir. Bu sonuçların maske ile yapılan deney için de geçerli olduğu şekil 5.19 ve 20'den görülebilir. Daha ayrıntılı değerlendirme için şekil 6.2 ve 3 çizilmiştir. $Y=200$. Satır için yapılan bu karşılaştırmalar gürültülü görüntülerde 2D SDD'nin, temiz görüntülerde ise 1D SDD'nin kullanışlı olduğunu ortaya koymaktadır.

Gürültü eklenen görüntülerden oluşturulan profiller şekil 6.3'te net olarak ayrılmaktadır. Ancak temiz görüntülerden oluşturulan profiller birbirine çok yakındır. Bu nedenle her iki cisim için dört farklı noktada mikrometre ile yükseklikleri ölçülmüş ve hesaplama ile bulunan değerler ile tablo 6.1 ve 2'de karşılaştırılmıştır. Yapılan mekanik ölçüme göre hesaplanan hatalar yukarıdaki yorumun doğruluğunu desteklemektedir. Maske için bulunan hata değerleri 2D SDD'de daha yüksektir. Maskenin yüzey yapısı balık kalıbınıninkine göre daha bozuktur. 2D SDD daha düz ve ortalama sonuç verdiği göre, benzeşim sonuçları da göz önünde bulundurularak, bu farklılığın nedeninin ızgara desenindeki farklılıktan değil, yüzeyin bozukluklarından kaynaklandığı söylenebilir.

Bu çalışmada, 1D ve 2D SDD iki farklı ızgara deseni ile oluşturulan görüntüleri işlemekte kullanılmış, 1D SDD'nin temiz görüntülerde ayrıntılı ve doğru, 2D SDD'nin ise gürültülü görüntülerde daha iyi ve ortalama bir profil verdiği sonucu ortaya çıkmıştır. Her iki ızgara deseni için de birbirine yakın sonuçlar elde edilmiştir. Böylece bir cismin her noktadaki yüksekliğinin yani profilinin hesaplanmasında SDD'nin kullanışlı bir yöntem olduğu söylenebilir.

KAYNAKLAR

- Addison, P. S. (2002). *The Illustrated Wavelet Transform Handbook*. Institute of Physics Publishing.
- Afifi, M., Fassi-Fihri, A., Marjane, M., Nassim, K., Sidki, M., ve Rachafi, S. (2002). Paul wavelet-based algorithm for optical phase distribution evaluation. *Optics Communications*, 211(1-6), 47–51.
- Creath, K., ve Wyant, J. (1992). Moiré and fringe projection techniques. *Optical Shop Testing*.
- Daubechies, I. (1990). The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(5), 961–1005.
- Dursun, A., Ozder, S., ve Ecevit, F. N. (2004). Continuous wavelet transform analysis of projected fringe patterns. *Measurement Science and Technology*, 15(9), 1768–1772.
- Farge, M. (1992). Wavelet Transforms and their Applications to Turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 24(1), 395–458.
- Gdeisat, M., Burton, D., Lilley, F., Lalor, M., Moore, C., Rastogi, P. K., ve Hack, E. (2010). Spatial Carrier Fringe Pattern Demodulation by Use of a Two-Dimensional Continuous Paul Wavelet Transform. In *Applied optics* (Vol. 45, pp. 112–117).
- Gorthi, S. S., ve Rastogi, P. (2010). Fringe projection techniques: Whither we are? *Optics and Lasers in Engineering*, 48(2), 133–140.
- Graps, A. (2006). Introduction to wavelets. World Wide Web, <http://www.amara.com>.
- Karaoğlu B., 1997. Fizikte ve Mühendislikte Matematik Yöntemler (2. basım). BilgiTek Yayıncılık, İstanbul. 169 – 188.
- Kocahan, O. (2008). İntegral Dönüşümler Kullanılarak Cisimlerin Profillerinin Belirlenmesi, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi.

- Meyers, S. D., Kelly, B. G., ve O'Brien, J. J. (1993). An Introduction to Wavelet Analysis in Oceanography and Meteorology: With Application to the Dispersion of Yanai Waves. *Monthly Weather Review*, 121(10), 2858–2866.
- Niu, H., Quan, C., ve Tay, C. J. (2009). Phase retrieval of speckle fringe pattern with carriers using 2D wavelet transform. *Optics and Lasers in Engineering*, 47(12), 1334–1339.
- Ozder, S., Kocahan, O., Coskun, E., ve Goktas, H. (2007). Optical phase distribution evaluation by using an S-transform. *Optics Letters*, 32(6), 591.
- Pedrotti F. L. ve Pedrotti L. S., 1993. Introduction to optics. Prentice-Hall International, USA, 172 s.
- Polikar R., 1999. *The Wavelet Tutorial*. Retrieved May 2006, from <http://users.rowan.edu/~polikar/WAVELETS/WTtutorial.html>.
- Stockwell, R. G. (1999). S -Transform Analysis of Gravity Wave Activity from a Small Scale Network of Airglow Imagers by.
- Stockwell, R. G., Mansinha, L., ve Lowe, R. P. (1996). Localization of the complex spectrum: the S transform. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(4), 998–1001.
- Su, X., ve Chen, W. (2001). Fourier transform profilometry: *Optics and Lasers in Engineering*, 35(5), 263–284.
- Takeda, M., ve Mutoh, K. (1983). Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes. *Applied Optics*, 22(24), 3977.
- Torrence, C., ve Compo, G. P. (1998). A Practical Guide to Wavelet Analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 79(1), 61–78.
- Watkins, L. R. (2007). Phase recovery from fringe patterns using the continuous wavelet transform. *Optics and Lasers in Engineering*, 45(2), 298–303.
- Wikipedia 2014 <http://en.wikipedia.org/wiki/Interferometry> (erişim tarihi 10.10.2014)
- Valens, C. (1999). A Really Friendly User Guide to Wavelet. World Wide Web, <http://www.cs.unm.edu/~williams/cs530/arfgtw.pdf>.

ÖZ GEÇMİŞ

Lütfiye TÜRKKAN 10 Temmuz 1987 tarihinde Tekirdağ'da doğmuştur. İlköğretimini Tekirdağ İnönü İlköğretim okulunda tamamlamıştır. Daha sonra Tekirdağ Namık Kemal Lisesi'nden mezun olmuştur. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fizik Bölümü mezunudur. Yüksek lisans eğitimine Namık Kemal Üniversitesi'nde devam etmiştir. Aynı zamanda Fizik Öğretmenliği yapmaktadır.