



**EKSENEL PİSTONLU POMPALARDA
TİTREŞİM ANALİZİ**

Erdem YALÇIN

Yüksek Lisans Tezi

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

**Danışman: Doç. Dr. Bahar UYMAZ
2020**

T.C.
TEKİRDAĞ NAMIK KEMAL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

EKSENEL PİSTONLU POMPALARDA TİTREŞİM ANALİZİ

Erdem YALÇIN

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DANIŞMAN: Doç. Dr Bahar UYMAZ

TEKİRDAĞ-2020

Her hakkı saklıdır.



Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde eksiksiz biçimde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Erdem YALÇIN

İMZA

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

EKSENEL PİSTONLU POMPALARDA TİTREŞİM ANALİZİ

Erdem YALÇIN

Tekirdağ Namık Kemal Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Bahar UYMAZ

Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans tezi olarak hazırlanan bu çalışmada, değişken deplasmanlı eksenel pistonlu pompanın çok serbestlik dereceli bir titreşim sistemi olarak önerilen bir matematik modeli üç farklı iletim hacmine sahip pompa için çözülmüş ve deneysel olarak doğrulanmıştır. Eksenel pistonlu pompanın matematik modeli 19 serbestlik dereceli bir sistem olarak kurulmuş ve sönümsüz serbest titreşim hareket denklemleri Lagrange yöntemiyle elde edilmiştir. Hareket denklemleri modal analiz yöntemiyle çözümlenerek pistonlu pompaların doğal frekansları elde edilmiş, mod şekilleri ve yer değiştirme grafikleri çizilmiştir. Elde edilen doğal frekanslar darbe çekiç testi sonuçları ile karşılaştırılmış ve sonuçların uyumlu olduğu görülmektedir. Bunlara ilaveten pistonlu pompa doğal frekansları sonlu elemanlar analiz yöntemi (ANSYS) ile elde edilmiş ve temel frekansın matematik modelden elde edilen ve darbe çekiç testi ile elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir.

Anahtar kelimeler: Pistonlu pompa, Doğal frekans, Modal analiz, Çekiç testi

2020, 80 sayfa

ABSTRACT

MSc.Thesis

VIBRATION ANALYSIS OF AXIAL PISTON PUMP

Erdem YALÇIN

Tekirdağ Namık Kemal University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Bahar UYMAZ

In this study, which was prepared as a Master's Thesis in Mechanical Engineering Department, a mathematical model proposed as a multi-degree of freedom vibration system of variable displacement axial piston pump was solved and experimentally verified for the pump with three different displacement or masses. The mathematical model of the degree of freedom of the piston pump 19 was formed and undamped vibration equations were obtained by Lagrange method. Motion equations were solved with modal analysis method, natural frequencies of piston pumps were obtained, mode shapes and displacement graphics were drawn.. The natural frequencies obtained were compared with the impact hammer test results and it was seen that the results were compatible. In addition, the natural frequencies of the reciprocating pump were obtained by finite element analysis method (ANSYS) and it was seen that the fundamental frequency was compatible with the results obtained from the mathematical model and the impact hammer test.

Key words: Piston pump, Natural frequency, Modal analysis, Hammer test

2020, 80 pages

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
ÇİZELGE DİZİNİ.....	iv
ŞEKİL DİZİNİ.....	v
SİMGELER ve KISALTMALAR.....	vii
TEŞEKKÜR.....	ix
1. GİRİŞ.....	10
2. KAYNAK ÖZETLERİ.....	11
2.1. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı	13
2.2. Tanımlar ve Terminoloji.....	14
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	15
3.1. Sistemin Tanıtımı.....	15
3.1.1. Mekanik Aksam.....	16
3.1.2. Hidrolik Aksam	19
3.2. Hidrolik Hesaplamalar	24
3.3. Kinematik Analiz.....	27
3.4. Matematik Model.....	29
3.4.1. Hareket Denklemlerinin Oluşturulması	31
3.4.2. Modal Analiz Yöntemi	35
3.5. Sonlu Elemanlar Analizi.....	42
3.6. Titreşim Testi.....	42
3.6.1. Analizör	42
3.6.2. İvmeölçer	43
3.6.3. Darbe Çekici	44
3.6.4. Ölçüm ve Analiz Programı Arayüzü	44
4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA	47
5. SONUÇ ve ÖNERİLER	77
KAYNAKLAR.....	78
ÖZGEÇMİŞ	80

ÇİZELGE DİZİNİ

Çizelge 4.1. Pistonlu pompa çalışma parametreleri	47
Çizelge 4.2 Kütle ve atalet elemanları	51
Çizelge 4.3 Yay elemanları yay sabitleri	52
Çizelge 4.4 Sönümlenme elemanları sönüm katsayıları	52
Çizelge 4.5 Boyutsal ölçüler	53
Çizelge 4.6 Pistonlu pompa çizgisel frekans f_n sonuçları	54
Çizelge 4.7 Pistonlu pompa açısal frekans w_n sonuçları	54
Çizelge 4.8 ANSYS analizinden ilk 4 doğal frekans	71
Çizelge 4.9 EPP075 matematik modelinden elde edilen frekans değerlerinin, referans ve darbe çekiç sonuçları ile karşılaştırılma tablosu	76
Çizelge 4.10 EPP045 matematik modelinden elde edilen sonuçlar ile ANSYS analizi ve Darbe çekiç testi sonuçları ile karşılaştırılma tablosu	76
Çizelge 5.1 Eğim plakası açısı 20.5° iken elde edilen piston stroku değerleri	48
Çizelge 5.2 Eğim plakası açısı 20.5° ve $w=3000\text{dev/dak}$ sabit hızında çalışan pompa için elde edilen piston hızı değerleri	49
Çizelge 5.3 Eğim plakası açısı 20.5° ve $w=3000\text{dev/dak}$ sabit hızında çalışan pompa için elde edilen piston ivmesi değerleri	50

ŞEKİL DİZİNİ

Şekil 3.1. Pistonlu pompa açınıcı	15
Şekil 3.2. Pistonlu pompa modeli	18
Şekil 3.3. Emiş ve basınç akışı	19
Şekil 3.4. Pompa ve valf etkileşimi	20
Şekil 3.5. Valf şematik gösterimi	20
Şekil 3.6. Akış incelenmesi	21
Şekil 3.7. Akış ve deplasman ilişkisi	22
Şekil 3.8. Debi üretimsiz durum	22
Şekil 3.9. Valf işlevleri	23
Şekil 3.10 Emiş ve basınç portları	25
Şekil 3.11. Pistonlu Pompa Kesiti	26
Şekil 3.12. Ayar Pistonu Arkasındaki Yükler	27
Şekil 3.13. Zaman bağlı piston konumu değişimi	28
Şekil 3.14. Pistonlu pompa dinamik model için geliştirilen şematik çizim	30
Şekil 3.15. Analizör	43
Şekil 3.16. Analizör girişleri	43
Şekil 3.17. İvmeölçer ve bağlantı elemanı	43
Şekil3.18. Darbe çekici	44
Şekil 3.19. Donanımın tanımlanması	45
Şekil 3.20. FFT analizörünün tanımlanması	45
Şekil 3.21. FFT donanım özellikleri	46
Şekil 3.22. Ölçüm ara yüzlerinin belirlenmesi	46
Şekil 4.1 Eğim plakası açısı $\delta=20,5$ iken elde edilen piston stroku (m)grafikleri	48
Şekil 4.2 Eğim plakası açısı 20.5° ve $w=3000$ dev/dak sabit hızında çalışan pompa için elde edilen piston hızı grafikleri	49
Şekil 5.3 Eğim plakası açısı 20.5° ve $w=3000$ dev/dak sabit hızında çalışan pompa için elde edilen piston ivmesi	50
Şekil 4.4 Piston stroğu ve dönme açısı grafikleri	56
Şekil 4.5 piston hızı ve dönme açısı grafikleri	57
Şekil 4.6 Piston ivmesi ve dönme açısı grafikleri	58
Şekil 4.7 Piston akışı ve dönme açısı grafikleri	59
Şekil 4.8 İlk frekans için mod şekli	60
Şekil 4.9 2. frekans için mod şekli	60
Şekil 4.10 3. frekans için mod şekli	61
Şekil 4.11 4. frekans için mod şekli	61
Şekil 4.12 5. frekans için mod şekli	62
Şekil 4.13 6 frekans için mod şekli	62
Şekil 4.14 7. frekans için mod şekli	63
Şekil 4.15 8. frekans için mod şekli	63
Şekil 4.16 9. frekans için mod şekli	64
Şekil 4.17 10. frekans için mod şekli	64
Şekil 4.18 1. frekans için yer değiştirmeler	65
Şekil 4.19 2. frekans için yer değiştirmeler	65
Şekil 4.20 3. frekans için yer değiştirmeler	66

Şekil 4.21 4. frekans için yer değiştirmeler	66
Şekil 4.22 5. frekans için yer değiştirmeler	67
Şekil 4.23 6. frekans için yer değiştirmeler	67
Şekil 4.24 7. frekans için yer değiştirmeler	68
Şekil 4.25 8. frekans için yer değiştirmeler	68
Şekil 4.26 9. frekans için yer değiştirmeler	69
Şekil 4.27 10. frekans için yer değiştirmeler	69
Şekil 4.28 Pompa modellerine göre yer değiştirmeler	70
Şekil 4.29 Y doğrultusunda frekans ve deformasyon.....	71
Şekil 4.30 X doğrultusunda frekans ve deformasyon.....	71
Şekil 4.31 Z doğrultusunda frekans ve deformasyon	72
Şekil 4.32 RZ doğrultusunda frekans ve deformasyon.....	72
Şekil 4.33 Çekiç darbe testi uygunluk ölçümü	73
Şekil 4.34 Çekiç darbe zaman görseli	74
Şekil 4.35 Transfer fonksiyonu	75



SİMGELER VE KISALTMALAR

Hz	: Hertz
mm	: Milimetre
cc	: Santimetre küp
ΔP	: Basınç Farkı
$X_F, Y_F, Z_F, \phi_F, \theta_F$: Sabit parçaların kütle merkezine göre sırasıyla x,y,z doğrultusunda yer değiştirmeyi ve eksenleri etrafındaki açısal yer değiştirme
$X_C, Y_C, Z_C, \phi_C, \theta_C$: Dönen parçaların kütle merkezine göre sırasıyla x,y,z doğrultusunda yer değiştirmeyi ve eksenleri etrafındaki açısal yer değiştirme
Z_C, ϕ_C, θ_C	: Ayırıcı parçaların kütle merkezine göre doğrusal yer değiştirme
M_F, I_{Fx}, I_{Fy}	: Sabit parçaların kütle ve kütleli atalet momentleri
$M_C, I_{Cx}, I_{Cy}, I_{Cz}$: Dönen parçaların kütle ve kütleli atalet momentleri,
$M_P, I_{Px}, I_{Py}, I_{Pz}$: Ayırıcı parçaların kütle ve kütleli atalet momentleri,
M_S	: Piston pabucu kütlesi,
m_T, I_T	: Piston kütle ve atalet momentleri
$K_{Box}, K_{Boy}, K_{Boz}$: Bağlama plakası ile pistonlu pompa arasında kullanılan bağlantı civataların rijitlik katsayısı
C_{sw}, K_{sw}	: Piston pabucu ile eğim plakası arasındaki sönümleme ve rijitlik katsayıları
C_v, K_v	: Piston yuvası ile kontrol plakası arasındaki sönümleme ve rijitlik katsayıları
C_{Hz}, K_{Hz}	: Piston yuvası çıkışı ile piston arasındaki sönümleme ve rijitlik katsayıları
K_p	: Basınç yayı rijitlik katsayısını
$C_{shx1}, C_{shy1}, C_{shx2}, C_{shy2}$: Rulmanların sönümleme katsayıları
$K_{shx1}, K_{shy1}, K_{shx2}, K_{shy2}$: Rulmanların rijitlik katsayıları
δ_o	: Eğim plakasının eğim açısı
L_{CF}	: OC ile OF arasındaki uzaklık
L_{FP}	: OP ile OF arasındaki uzaklık
L_{F1}	: 1 nolu rulman ile OF arasındaki uzaklık
L_{F2}	: Bağlama plakası ile OF arasındaki uzaklık
L_{F3}	: Piston yuvası ile OF arasındaki uzaklık

- L_{C1} : 1 nolu rulman ile OC arasındaki uzaklık
 L_{C2} : 2 nolu rulman ile OC arasındaki uzaklık
 R : Piston yuvasında piston çalışma yarıçapı
 R_v : Piston yuvası ile kontrol plakası arasında basınç bölgesi yarıçapı
 L_b : Bağlantı cıvataları ile şaft ekseni arası mesafe



TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez çalışmasında, desteği, yardımları, fiili katkıları ve göstermiş olduğu mentörlük için danışmanım Sayın Doç. Dr Bahar UYMAZ'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca Hema Endüstri A.Ş. deki yöneticim Sayın Gökay UYMAZ'a karşılaştığım problemlerin çözümünde yardımcı olduğu ve desteğini esirgemediği için,

Yüksek lisans programına her türlü katkısı, desteği ve gösterilen kolaylıklar için Hema Endüstri A.Ş. adına Genel Müdürümüz Sn. Tunç DOĞAN ve Genel Müdür Yardımcımız Sn. Aziz ASRAK'a,

Çalışmalarına doğrudan veya dolaylı olarak katkı sağlayan Ansys analizlerdeki katkılarından dolayı Gökhan CEN ve Orhan BAŞ'a teşekkürü borç bilirim.

Son bir paragraf ise çalışmalarımın son evresine katılan, tezi tamamlamamda büyük emeği olan Sn. İrem KIRAN'a hem bilgisayar başında hem de deneysel çalışmalarındaki bütün katkıları için teşekkür ederim.

Haziran, 2019

Erdem YALÇIN
Makine Mühendisi

1. GİRİŞ

Günümüzde, özellikle gelişen teknoloji ile birlikte nihai kullanıcıların ve nihayetinde orijinal ürün üreticileri OEM (Original Equipment Manufacturer) firmaların konfor beklentileri sürekli artmaktadır.

Hidrolik sektöründe yaşanan gelişmeler ve multi-disipliner yaklaşımların artması ile birlikte enerji tasarrufu ve yüksek verimlilik dikkate alındığında, hem mobil, hem de endüstriyel uygulamalarda pistonlu pompa kullanımını her geçen gün artmaktadır. Bununla beraber pistonlu pompalarda gürültü, titreşim, düşük basınç dalgalanması açısından beklentiler de her geçen gün artmaktadır.

Pompa çalışma esnasında çalışma devri ve ihtiva ettiği piston sayısına bağlı olarak belirli bir etki altında çalışmaktadır. Bu etki, sistem basıncı ile birlikte değerlendirildiğinde pompayı zorlanmış titreşime maruz bırakmaktadır. Söz konusu çalışma frekansları sistemin doğal frekanslarından biri ile çalıştığında rezonans oluşarak pompanın ömrüne ve birbiri ile etkileşerek çalışan bazı elemanların deformasyonuna sebep olmaktadır. Özellikle pompanın kritik parçalarını temsil eden ve genellikle bronz veya bimetal tercih edilen kontrol plakası ve beşik yataklar ile piston pabuçları söz konusu titreşimlerden en fazla etkilenen parçalardır. Bu parçalar, pompanın çalışma ömrünü birincil derece etkilediğinden pompa titreşimler analizi önemli bir çalışma konusu olarak karşımıza çıkmaktadır.

Tüm bu olumsuz etkileri ve sektörde oluşan yüksek performans ve konfor beklentilerini karşılamak amacıyla tasarım esnasında veya ürün piyasaya sürülmeden pompanın doğal frekansı belirlenmeli ve bu frekans çalışma aralıklarından mümkün olduğu kadar uzak olmalıdır.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Chen ve ark. [1], eğim plakalı hidrolik pistonlu motorun zorlanmış titreşim üzerine bir çalışma yapmışlardır. Değişken deplasmanlı pistonlu motor, üç kütleli ve 14 serbestlik dereceli bir sistem olarak modellenmiştir. Kurulan modelin uygunluğunu değerlendirmek için sayısal simülasyon analizi ile deneysel sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Ye ve ark. [2], aksel pistonlu pompanın teorik modelini geliştirerek 19 serbestlik dereceli ve 4 kütleli dinamik bir model oluşturmuşlardır. CFD model oluşturularak basınç alanları hesaplanmıştır. Dinamik model ve CFD analizini doğrulamak için deneysel bir düzenek kurulmuş ve bu düzenek ile analiz ve dinamik model doğrulanmıştır. Bununla beraber tahrik kuvvetlerinin titreşime olan katkıları incelenmiş ve sonuçları paylaşılmıştır. Ayrıca civata montaj konumları optimize edilerek titreşimlerin önemli derecede azaldığı görülmüştür.

Latas, ve Stojek [3], değişken deplasmanlı pistonlu pompayı, üç eleman grubuna ayırmış ve 13 serbestlik derecesine sahip dinamik bir model kurarak incelenmişlerdir. Kurulan bu model ile titreşim modeli oluşturulmuş ve bu model pompa elemanlarındaki kusurların etkilerini anlama ve yorumlama olasılığı sağlamıştır. Böylece pompa elemanlarındaki hasar ve aşınma için kullanılacağı düşünülmüştür. İlk denemeler eğim plakası üzerinde gerçekleştirilmiş olup gövde üzerindeki faz yörüngesi ile aşınmaları belirlemede yararlı bir araç olarak kullanılmıştır.

Milstone ve ark., [4], aksel pistonlu pompaların pistonlarının kinematik analizini yapmış ve bu kinematik analizin pistonlu pompanın temel kinematik analizi olduğunu söylemişlerdir. Piston pabucunun eğim plakası üzerinde yaptığı sinüzoidal kaymanın normal olduğu ve büyüklüğünün pompa tasarım kriterlerinin bir sonucu ve fonksiyonu olduğunu ortaya sürmüşlerdir.

Milind ve Mitrab [5], eğim plakalı değişken deplasmanlı aksel pistonlu pompalarda titreşim modellenmesi için öncelikle pompanın çalışma esnasında maruz kaldığı yükleri tanımlamışlardır. Pompa kontak noktaları ve kontak tiplerini tanımlanmış ve tanımlanan kontak tipleri ile değişik yük senaryolarına göre dinamik analizler yapılmıştır. Bu analizler değişik harmoniklere göre tekrarlanmıştır. Analiz sonuçları, gerçek ölçümler ile karşılaştırıldığında yaklaşık 2dB kadar fark çıktığı belirtilmiştir. 2dB farka dayanılarak yapılan analiz simülasyonunun iyi bir uyuma gösterdiği belirtilmiştir. Bu yöntemin farklı malzeme ve sertlikler içinde uygulanabileceği ve böylece tasarım optimizasyonunda kullanılabileceği belirtilmiştir.

Cangbin ve ark. [6], çalışmalarında havacılıkta kullanılan değişken deplasmanlı aksel pistonlu pompaların basınç hattında bulunan elemanlar göstermişlerdir. Bu çalışmada hariçten konulanan bir sönümlenme deliği, tampon bölge ve orifis ile akış dalgalanmasını azaltmak (ripple) için tek pistonlu bir model geliştirilmiştir. Bu modelde piston-yuva, piston-eğim plakası ve piston-kontrol plakası arasındaki kaçaklar detaylı olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamalar MATLAB ve CFD kullanılarak çoklu analizlere dönüştürülmüştür. Analiz sonuçları ile hesaplamalar karşılaştırılmıştır, ayrıca delik eklenmiş durum ve deliksiz durum analizler üzerinden karşılaştırılmıştır. Bu ilave delik ile titreşim optimizasyonu sağlandığı belirtilmiştir.

Bergada ve ark. [7], çalışmalarında değişken deplasmanlı pistonlu pompalarda debi dalgalanmasını ve iç kaçakları incelemişlerdir. Geliştirdikleri matematik model ile debi ve basınç dalgalanmasının pompa dönüş hızına, eğim açısına ve pompa çalışma basıncına bağlı olarak değiştiğini belirtmişlerdir. Bu çalışmada ayrıca deneysel ölçümler yapılmıştır. Piston içinde basınçlar incelenmiştir. Pompa devrine göre, eğim açısına göre ve çıkış basıncına göre testler yapılmıştır. Pompa içindeki eşleşme boşlukları optimize edilerek değişik ölçümler yapılmış ve optimizasyon gerçekleştirilmiştir.

Manring ve Damtew [8], çalışmalarında piston içine yerleştirilmiş bir yayın piston pabuçlarını sürekli eğim plakasına doğru ittiğini matematik model üzerinden analiz etmişlerdir. Bu çalışmayı devreye almak için 2 temel kabul yapıldığını belirtmişlerdir. İlki yeni ve uygun bir yay tasarımının yapılması gerekmektedir, ikinci olarak piston pabuçlarının sonsuz ömrü olduğu kabul edilmelidir. Bu kabuller yapıldığında pistonların geri tepmesinden kaynaklı dalgalanmayı önler ve eğim plakasının maksimum konumunda kalmasına yardımcı olur.

Khalil ve Bhat [9] konik piston yuvasına sahip değişken deplasmanlı aksel pistonlu pompaları incelemek için kapsamlı bir matematik model tasarlamışlardır. Piston ve piston yuvasının uygun tasarım açısını geliştirmek için kullanılan bu formüller ile geleneksel pompaların hesaplamaları da yapılabilmektedir. Matematik model üzerinden bulunan eğim plakasının tepki zamanları test tezgahında yapılan testler ile karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Ayrıca test tezgahının devre elemanları da çalışma içinde tanımlanmıştır.

Bergada ve ark. [10], yaptıkları çalışmada piston yuvası ile kontrol plakası arasındaki yağ filminin ve kalınlığının sıcaklık ve çalışma basıncına göre etkisini araştırmışlardır. Yaptıkları çeşitli ölçümlerde eğim plakası açısının etkileri de araştırmaya dahil etmişlerdir. Plaka ve yuva arasında metal sürtünmesinin veya yağ kaçağının pompa verimine ve ömrüne olan etkilerinden bahsedilerek grafikler ile pompa çalışma parametrelerinin yağ filmine etkileri gösterilmiştir.

Kassem ve Bahr [11], dokuz pistonlu eğik eksenli bir eksenel pistonlu pompanın matematik modelini geliştirerek dokuz pistonlu bir model için pistonlardaki basınç değişimine bağlı bir model geliştirmişlerdir. Bununla birlikte kontrol plakasında bulunan çentik yapılarını, çentik boy ve derinliğini optimize etmek için bir program kullanılmıştır. Değişik çentik yapılarının değişik çalışma şartlarında basınç değişimleri ve debi dalgalanmalarına etlileri gösterilmiştir. Yapılan optimizasyonun pompa gürültüsüne etkisi açıklanmıştır.

Li ve Liao[12], çalışmalarında havacılıkta kullanılan pistonlu pompalarda ısı transferini konu alan ve termodinamiğin 1.yasası olan enerjinin korunumunu esas alan bir matematiksel model geliştirmişlerdir. Bu model ile birlikte bir de test düzeneği geliştirilerek deneysel çalışmalar yapılmıştır. Deneysel çalışmalar ile matematik model arasında iyi bir uyum olduğu görülmüştür. Buradan hareket ile matematik modelin doğruluğu kanıtlanmıştır.

Söyler [13], pistonlu pompalarda kullanılan piston pabuçların farklı devir ve basınçlarda yapılan testler ile yağ film kalınlığı, yük değişimi, güç kaybı, viskoz moment kayıpları ölçülmüştür. Çalışma kapsamında öncelikle bir test düzeneği tasarlanmış ve geliştirilmiştir. Geliştirilen bu test cihazında 4 farklı basınçta 250dev/dak ile 2250dev/dak arasında dokuz farklı devirde, üç farklı yağ ile testler yapılmış ve raporlanmıştır. Sonuçlara göre yüksek viskozite pompa rijitliğini arttırmaktadır. Çalışmada yüksek verimlilik için düşük viskoziteye sahip yağlar kullanılması önerilmiştir.

Yukarıda açıklanan tüm bu çalışmalarda pistonlu pompalarda titreşim, titreşimin bir sonucu ve türevi olarak basınç dalgalanması ve sürtünmeler ele alınmıştır. Bu açıdan bakıldığında doğal frekans analizi konusunda yeterli sayıda çalışma olmadığı görülmüştür. Bu eksikliği giderebilmek adına bu çalışma pistonlu pompalarda doğal frekans analizi üzerine yoğunlaşmıştır.

2.1. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışma Hema Endüstri A.Ş.'de tasarlanan ve üretilen ECP045102M kodlu değişken deplasmanlı eksenel pistonlu pompanın 19 serbestlik dereceli matematik modelini oluşturarak, doğal frekans ve mod şekillerini elde etmek, buradan bulunacak sonuçları ANSYS'te yapılacak titreşim analizleri ile doğrulamak ve sonuçları darbe çekici testi ile karşılaştırmaktır. Böylece matematiksel ifadeler ile analiz sonuçlarını ve bu sonuçların deneysel bulgular ile ilişkisini içermektedir.

2.2. Tanımlar ve Terminoloji

Titreşim. Belirli bir zaman aralığından sonra kendini tekrar eden herhangi bir hareket titreşim veya salınım olarak adlandırılır. Titreşim bir sistem olarak incelendiğinde potansiyel enerji depolayan (yay ya da esnek cisim) elemanları, kinetik enerji depolayan (kütle ya da atalet) elemanları ve enerjinin yavaşça boşaltılmasını sağlayan elemanları (sönümleyicileri) ihtiva eder. Bir sistemin titreşimi potansiyel enerjinin kinetik enerjiye ve tersine olarak da kinetik enerjinin potansiyel enerjiye dönüşümünü ihtiva eder. Sistem sönümlü ise her bir titreşim çevriminde enerjinin bir kısmı kaybolur ve sürekli bir titreşim hali muhafaza edilecekse bu miktar dış kaynak tarafından sisteme geri verilmelidir. [14]

Doğal frekans. Bir cismin sadece esnekliğine ve kütesine bağlı olan ve cismin o frekansta uyarılırsa yüksek genlikte ve sürekli olarak titreşeceği frekansa doğal frekans denir. Diğer bir deyişle doğal frekans her cisme ait öyle bir frekanstır ki cisim o frekansta bir kere uyarıldıktan sonra uyarı kesilse bile titreşmeye devam eder.[15]

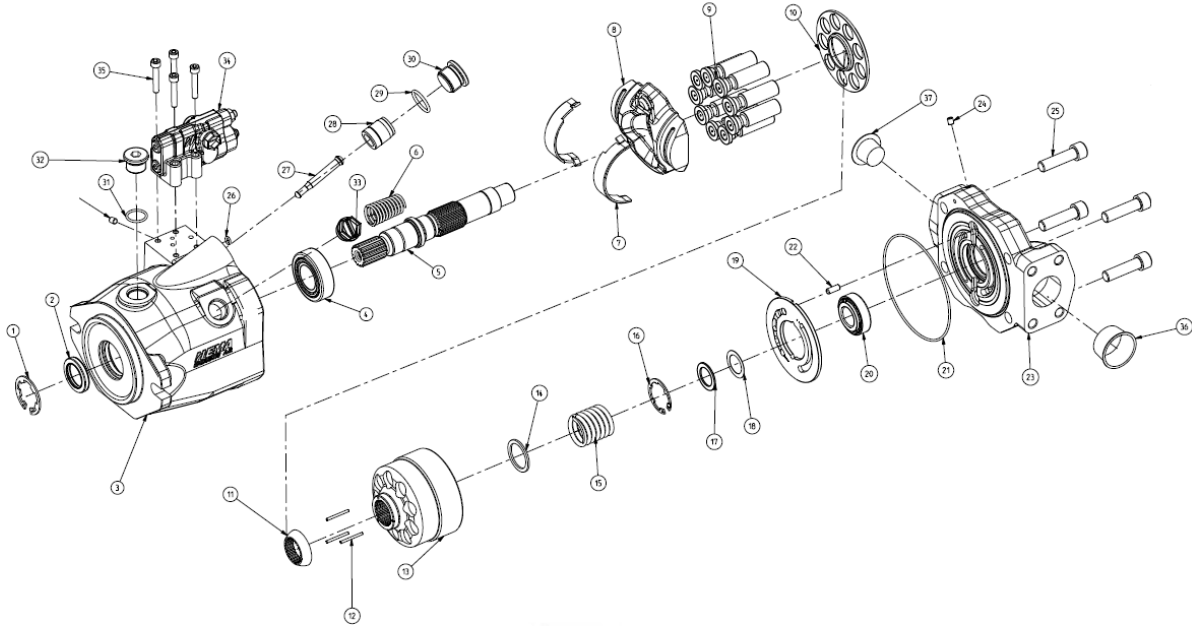
Rezonans. Harmonik bir zorlama ile titreştirilen doğrusal bir sistemde, belli zorlama frekanslarında, frekanstaki küçük bir artış ya da azalış, sürekli rejim titreşimlerinin genliğinde azalmaya neden olabilir. Bu olayın meydana geldiği frekanslara rezonans frekansları, rezonans frekanslarındaki titreşimlere de rezonans denir. Rezonans halinde, yani, zorlama frekansının bir rezonans frekansına eşit olması halinde, titreşim düzeyi maksimum olur. Eğer sistemin sönümü küçük ise, rezonans frekansları yaklaşık olarak sistemin doğal frekanslarına eşit olur.[17]

Serbestlik Derecesi. Bir sistemin herhangi bir andaki bütün parçalarının konumlarını tam olarak belirlemek için gerekli bağımsız koordinatların sayısı sistemin serbestlik derecesini tanımlar.[18]

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Sistemin Tanıtımı

Değişken deplasmanlı pistonlu pompalar, çalışma prensipleri gereği ihtiyaç olmadığında debi üretmezler dolayısı ile pistonlu pompaların kullanıldığı sistemlerde enerji gereksinimi düşer. Bu özellikleri sebebiyle sektördeki kullanım oranı gittikçe artmaktadır. Bölümde öncelikle pompanın mekanik aksamı ve alt parçaları tanıtılacak devamında ise hidrolik olarak çalışma prensipleri anlatılmaktadır. İncelenen pistonlu pompanın açınım resmi Şekil 3.1’de verilmektedir. Pistonlu pompaların çalışma prensibi gereği piston sayıları, tasarıma bağlı olarak tek sayılardan oluşmalıdır. Ayrıca söz konusu pompalar, yine tasarıma bağlı olarak basınç, debi-basınç ve debi-basınç-tork kontrol opsiyonlarından herhangi birine sahip olabilirler.



Şekil 3.1. Pistonlu pompa açınımı

Şekil 3.1’de verilen pistonlu pompa elemanları aşağıda verilmiştir.

No	Parça Adı	Adet	No	Parça Adı	Adet
1	İçe Takviyeli Emniyet Segmanı	1	21	Lastik Halka	1
2	Şaft Keçesi	1	22	Paralel Pim	1
3	Pistonlu Pompa Gövde İşleme	1	23	Arka Kapak İşleme	1
4	Konik Makaralı Rulman (Ön)	1	24	Tapa	2
5	Pompa Şaft	1	25	A. Soket Cıvata	4
6	Eğim Plakası Yay1	1	26	Lastik Halka	1
7	Beşik Yatak	2	27	Transfer Pimi	1
8	Eğim Plakası	1	28	Ayar Pistonu	1
9	Piston Seti	1	29	Lastik Halka	1
10	Piston Halkası	1	30	Tapa	1
11	Yüzük	1	31	Lastik Halka	1
12	Merkez Yay1 Pimi	1	32	Tapa	1
13	Piston Yuvası	1	33	Plastik Tapa	1
14	Pul	1	34	Pistonlu Pompa Valfi Montaj	1
15	Merkez Yay1	1	35	Alyen Başlı Cıvata	4
16	İçe Takviyeli Emniyet Segmanı	1	36	Plastik Tapa	1
17	Pul	1	37	Plastik Tapa	1
18	Şim	1	38	Etiket	1
19	Kontrol Plakası	1	39	Çentikli Perçin	4
20	Konik Makaralı Rulman (Arka)	1		Toplam	50

3.1.1. Mekanik Aksam

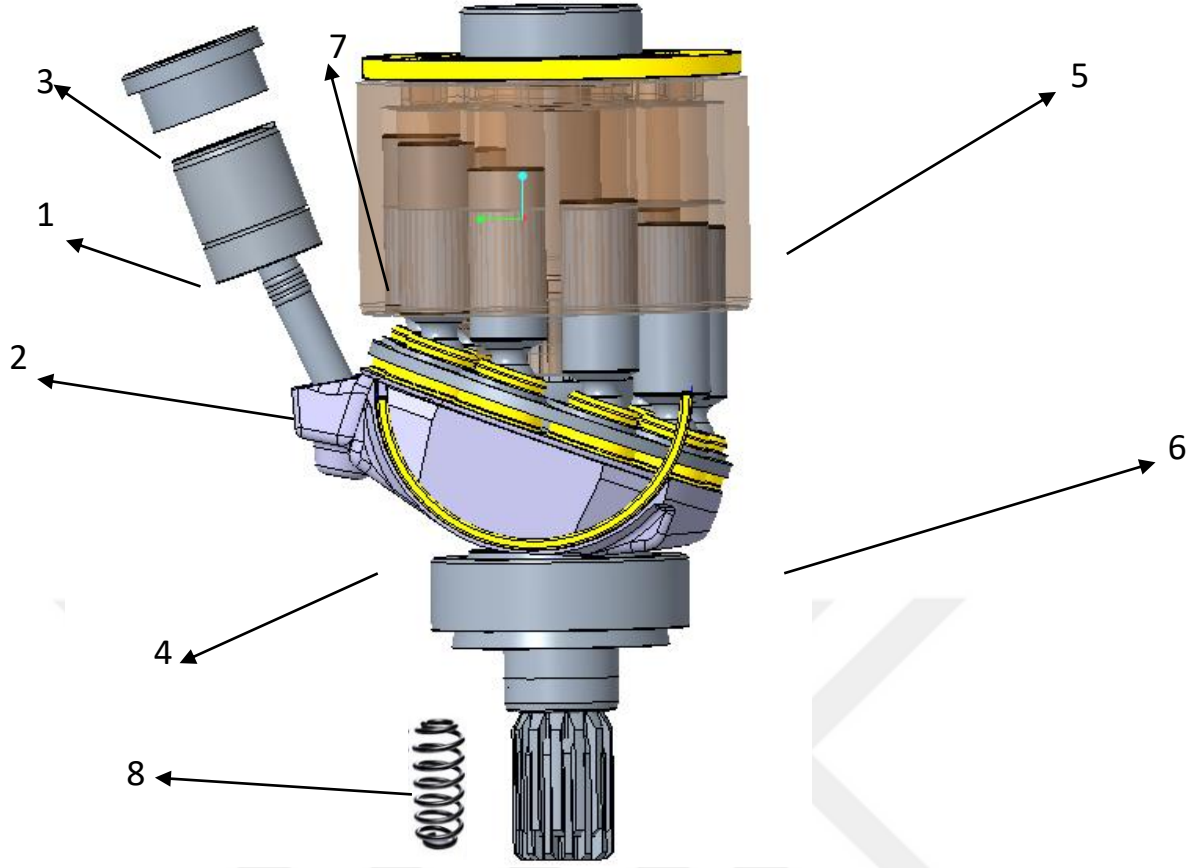
Pompaların temel çalışma prensibi gereği pistonlu pompa da bir motordan aldığı tahrik ile dönme hareketi yaparak çalışırlar. Burada uç kısmında bulunan spline veya kama ile tahrik edilen şaft, orta kısmında bulunan başka bir spline ile piston yuvasını ve böylece pistonları tahrik ederek dönmelerini sağlar. Dönme hareketi esnasında kontrol plakası ile piston yuvası arasında ve piston pabuçları ile eğim plakası arasında, özellikle aralarında oluşan yağ filmi yırtıldığında mekanik sürtünmeler meydana gelebilir. Bu durumda oluşacak deformasyon sonucu kopan talaşlar ve

yüksek ısı diğer parçaları da deforme edebilir. Bu nedenle incelenen tip pistonlu pompalar, deplasmanlarına bağlı olarak 600dev/dak ile 2700dev/dakika aralığında sürekli çalışabilme kabiliyetine sahiptirler. Dakikada 2700 devirin üzerine çıkılmasına şaft üzerinde oluşacak atalet kuvvetleri artacağından şaftın tasarımı ile yüksek devir kaynaklı piston pabuçları üzerinde oluşacak ısı müsaade etmez. Dakikada 600 devirin altındaki hızlarda ise yağ filmleri oluşamayacağından parçalar birbiri üzerinde sürtünerek ve kayarak çalışacağından kısa sürede deforme olarak fonksiyonunu kaybedeceklerdir.

Pompa ilk çalışma durumunda 6 ile gösterilen piston alt konumu ile 7 ile gösterilen piston üst konumu arasında oluşan hacim farkı kadar strok her bir piston için oluşur. Bu hacim piston sayısı ile çarpıldığında pompa deplasmanı bulunur. Pompa ayar sürgüsünde herhangi bir kuvvet olmadığından yayın kuvveti eğim plakasını maksimum açıda tutar. Bu durum Şekil 3.2 ile detaylı şekilde gösterilmiş ve parçaların isimleri tanıtılmıştır.

Pompa, çalışma çevrimi içinde bazı durumlarda piston yuvasının arkasında yay kuvvetinden daha büyük bir kuvvet oluşturarak eğim plakasının pozisyonunu belirleyen yayı yenerek eğim plakasının eğim açısını değiştirir. Burada tarif edilen mekanik hareket piston strokları ve en nihayetinde pompa deplasmanını değiştirir.

İkinci durumda 3 nolu tapa ile 2 nolu ayar pistonu arasında kalan 1 nolu bölge, valften gelen basınçlı akışkan ile dolarak 4 numara ile gösterilen eğim plakasının eğimini 8 ile gösterilen yayı yenerek 5 ile gösterilen kontrol plakasına paralel konuma getirir. Böylece 6 ile gösterilen piston ile 7 ile gösterilen piston arasında herhangi bir hacim farkı kalmayacağından ve/veya pistonlar arasında bir strok farkı kalmayacağından pompa debi iletmez. Deplasman sıfırlanmış olur. Burada eğim plakasının açısını değiştirmek sureti ile pompa deplasmanı istenilen şekilde ayarlanabilir. Motordan alınan mekanik tahrik ile pompa deplasmanı oranında debi üreteceğinden motor devrini değiştirmeden üretilen debi değişimi sağlanabilir.



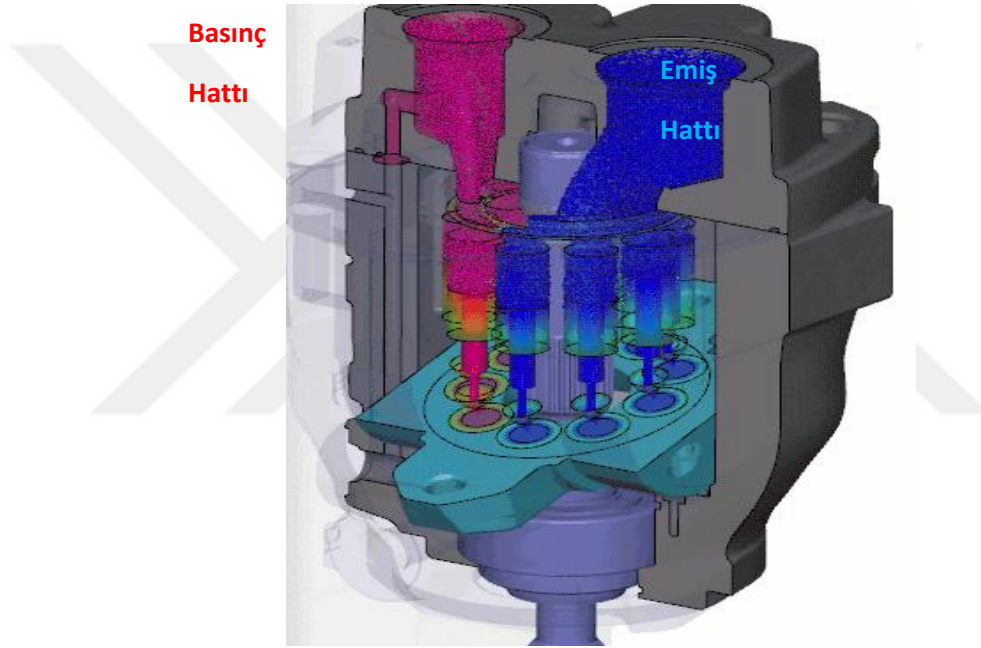
Şekil 3.2. Pistonlu pompa modeli

Şekil 3.2 de verilen pistonlu pompanın parçaları aşağıdaki gibi numaralandırılmıştır.

No	Parça Adı
1	Ayar Pistonu
2	Transfer Pimi
3	Tapa
4	Eğim Plakası
5	Piston Yuvası
6	Piston Alt Konumu
7	Piston Üst Konumu
8	Yay

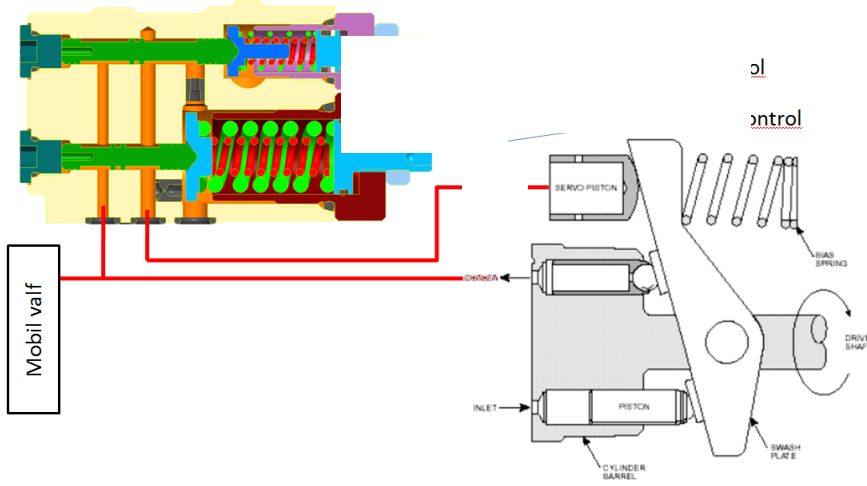
3.1.2. Hidrolik Aksam

Şekil 3.3’de gösterildiği gibi kapaktan ve kontrol plakasından geçen akışkan, pompanın piston yuvası içinde bulunan pistonlara dolar. Eğim plakasının tasarımından kaynaklı olarak piston, yuvanın içinde maksimum boşluk konumda olduğunda, yuvanın içine pistonun boşalttığı hacme akışkan doldurarak emişi gerçekleştirir. Pistonlar ve piston yuvası pompa şaftı aracılığı ile motordan aldığı tahrik ile dönme hareketi yapar. Bu hareket ile piston 180° dönme hareketi yaptığında piston, yuvanın içinde minimum konuma geçer. Böylece emiş hattında pistonun içine dolan akışkan, basınç hattında tahliye olmak durumunda kalır. Bu sayede pistonlu pompa toplam piston sayısının stroğu kadar akışkanı bir noktadan bir diğer noktaya transfer eder.



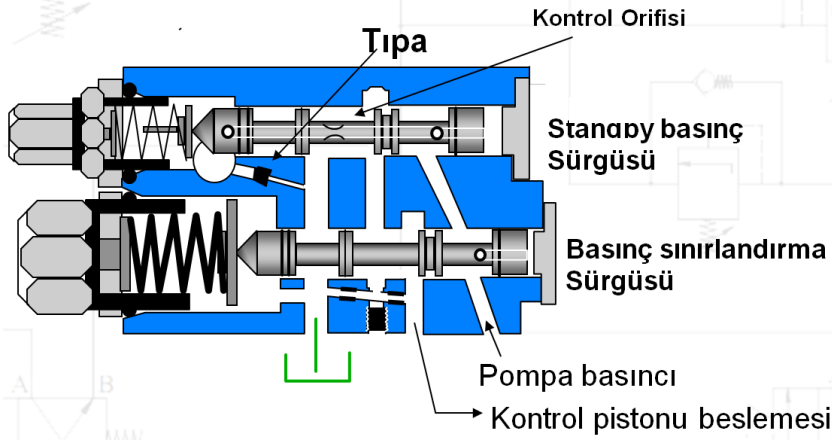
Şekil 3.3. Emiş ve basınç akışı

Buraya kadar açıklanan büyük hacimden küçük hacme geçerken akışkan iletimi hemen her pompada görülen standart harekettir. Pistonlu pompa, bu transfer sırasında bir miktar akışkanı tahliye kanalları ile valfe gönderir. Pistonlu pompaların deplasman değiştirme olayı Şekil 3.4’te şematik olarak gösterildiği gibi buradan ve basınç hattı üzerindeki valften aldığı sinyal ile gerçekleşmektedir.



Şekil 3.4. Pompa ve valf etkileşimi

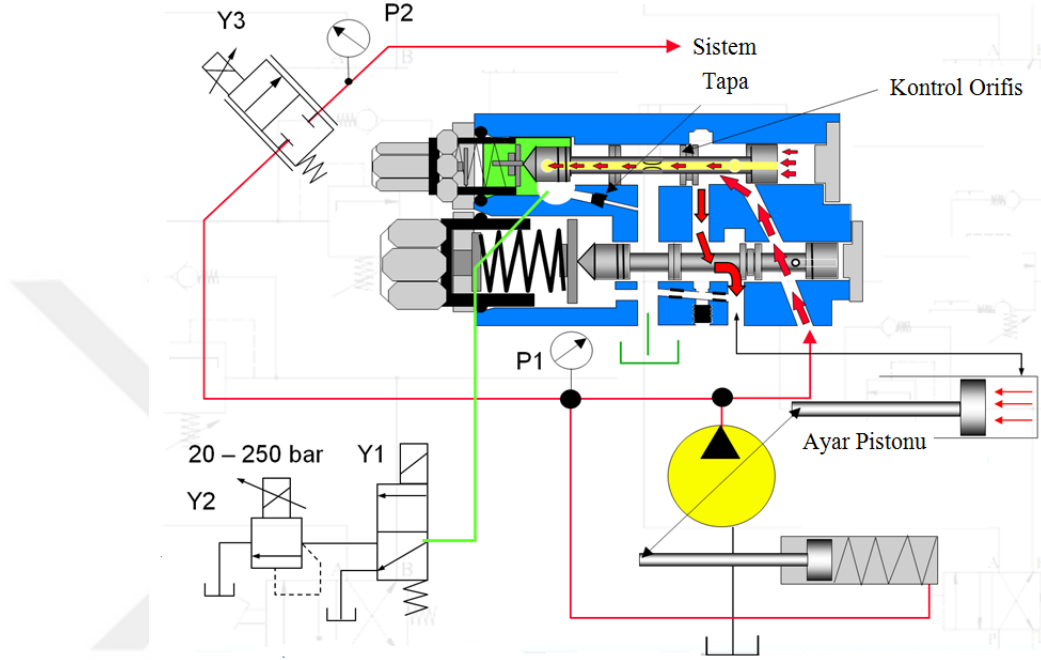
Şekil 3.5 ile bir valf detayı gösterilmiştir. Valf iki adet sürgü, iki adet yay ve popet ile orifis ve tapalardan oluşmaktadır. Üstteki sürgü ayar pistonunun arkasına yağ göndermekte, alt sürgü ise pompa çalışma basıncını sınırlamaktadır.



Şekil 3.5. Valf şematik gösterimi

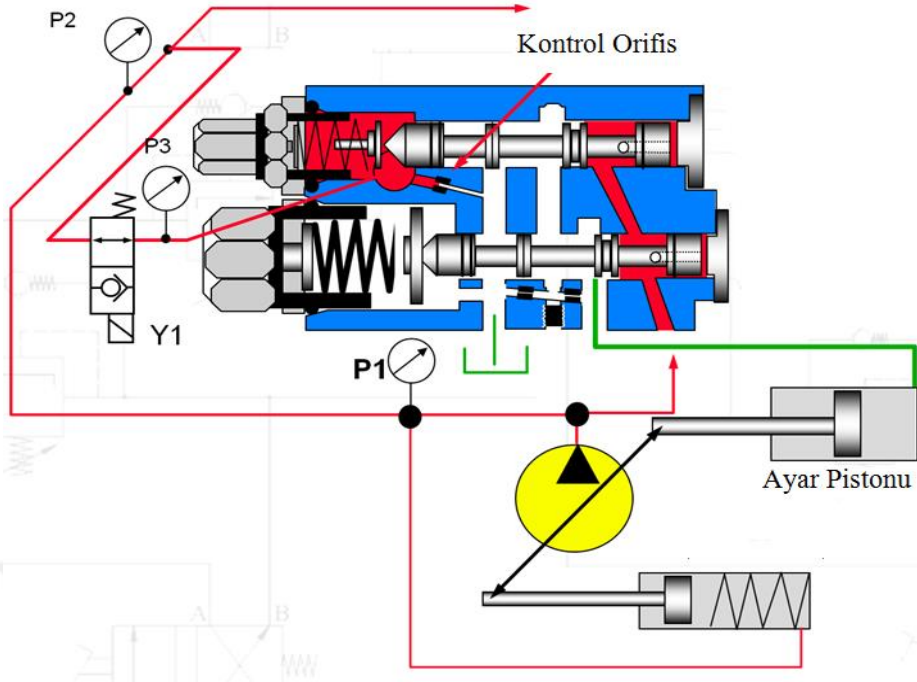
Sekil 3.6'da gösterildiği gibi pompa çıkışından gelen basınçlı akışkan basınç ayar sürgüsünün içinde bulunan kanal vasıtası ile sürgünün arkasına dolarak sürgüyü yaya doğru itmek ister. Sürgünün önünde bulunan yay ve sistemden gelen akışkanın basıncı ise sürgüyü diğer tarafa itmek ister. Pompadan gelen akışkanın diğer taraftaki kuvvetleri yendiği durumda sürgü hareket etmeye başlar. Bir süre sonra yağ açılan kanaldan tahliye olmaya ve sürgünün arkasındaki basınç düşmeye başlar. Böylece sürgü bir miktar açılır. Buradan geçen bir miktar akışkan bir orifisten

geçerek tanka ve ayar pistonunun arkasına dolar. Ayar pistonunun arkasına dolan akışkan, şekilde ok ile gösterilen eğim plakasının açısını değiştirerek azaltır veya tamamen doğrultur. Dolayısı ile deplasman azalır veya sıfırlanır. Pompa basıncı, basınç sınırlama sürgüsünün önündeki yayı yendiğinde ise basınç, yaya karşılık gelen değerde sabit kalır.



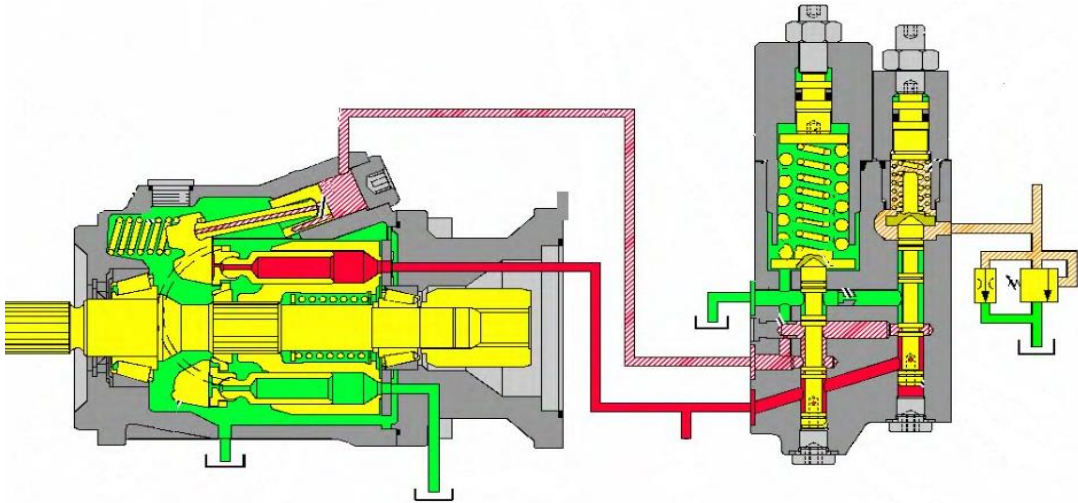
Şekil 3.6. Akış incelenmesi

Şekil 3.7’de ise sistemden alınan basınçlı akışkan ve yay kuvvetinin sürgünün arkasındaki kuvveti yendiği durum gösterilmiştir. Bu durumda ayar pistonunun arkasına akışkan dolumu gerçekleşmez ve pompa maksimum deplasmanda çalışmaya devam eder.

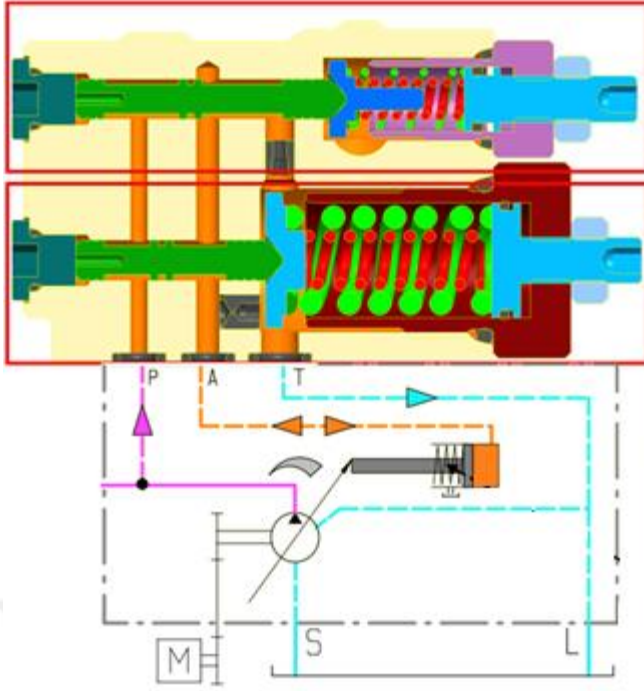


Şekil 3.7. Akış ve deplasman ilişkisi

Şekil 3.8’de debi üretmeyen bir pompa kesiti mevcuttur. Bu pompa incelendiğinde basınç hattındaki basınçlı akışkan valfe giderek ayar pistonunun arkasına dolarak eğim plakasının eğimini sıfırlamıştır. Buradan hareket ile pistonlu pompayı valf ile tümleşik bir yapı olarak düşündüğümüzde ve daha önce pompanın basınç üretmediği sadece akış ürettiği bilgisini tekrar sorgulamak gerekecektir. Konuyu Şekil 3.9’da gösterildiği gibi benzer çalışan bir valf ile özetlemek mümkündür.



Şekil 3.8. Debi üretimsiz durum



Şekil 3.9. Valf işlevleri

Debi ayar sürgüsü sayesinde P hattı ile LS hattı arasındaki ΔP ayarlanan değerde sabit tutulur. Ayar aralığı 14-25 bar arası sisteme göre değişmektedir. ΔP , debi ayar sürgüsünün arkasındaki yaylar ile belirlenir. ΔP istenen değer üstüne çıkmaya başladığında kontrol sürgüsü ilerleyerek akışın P hattından A hattına geçmesine ve kontrol pistonunun eğim plakasının eğimini azaltarak debiyi azaltmasını ve ΔP 'nin istenen değerde kalmasını sağlar. ΔP , istenen değer altına düştüğünde ise yaylar debi ayar sürgüsünü ittirerek kontrol pistonunun arkasında basıncın azalmasını ve kontrol pistonu yayı sayesinde eğim plakasının eğimini arttırarak debinin artması sağlanır.

Basınç ayar sürgüsü sayesinde pompanın maksimum çalışma basıncı ayarlanır. Pompa maksimum çalışma basıncını aştığında sürgü yağın P hattından A hattına akışına izin vererek basıncı pompa kontrol pistonunun arkasına göndererek eğim plakasını hareket ettirip debiyi azaltarak basıncı kontrol eder.

Kontrol pistonu yayı, eğim plakasının açısını maksimuma getirerek her zaman pompayı maksimum debide tutmaya çalışır. Bütün regülasyon tipleri de kontrol pistonunu hareket ettirerek yaya karşı kuvvet oluşturmak sureti ile eğim plakasının açısını değiştirmeye ve debiyi ayarlamaya çalışır.

3.2. Hidrolik Hesaplamalar

Teorik olarak, pozitif deplasmanlı pompalar, pompanın tahrik edildiği hıza bağlı olarak belirli bir geometrik hacim oranında hidrolik akışkanın yer değiştirmesini sağlarlar ve bu nedenle bunların debisi pompa milinin hızı ile doğru orantılıdır. Bununla beraber, üretilen debi, hesaplanan debiden daha düşüktür. Hidrolik verim olarak açıklanan bu durum sistemdeki iç kaçak oranını gösterir. Basınç arttığında, eşleşme boşluklarından veya sızıntı portundan sızan dâhili kaçaklar da artar ve bunun sonucunda hacimsel verim azalır. Pistonlu pompaların hidrolik verimleri %90 veya üzerinde Mekanik verimleri ise %80 ila %90 arasındadır. **Hacimsel verim** aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\eta_V = \frac{Q}{(VN)} 100 \quad (3.1)$$

Burada hacimsel verim η_V , debi Q, iletim hacmi V ve devir N ile tanımlanmıştır.

Pompaların mekanik verimleri değişkenlik göstermekle beraber % 65–90 aralığındadır.

Mekanik verim hesabı aşağıda gösterilmektedir.

$$(\eta_{hm}) = 0.159Vp\left(\frac{1}{M}\right) \quad (3.2)$$

Burada mekanik verim η_{hm} , pompanın teorik deplasmanı (iletim hacmi) V, dönme torku M, maruz kaldığı basınç p ile tanımlıdır.

Toplam verim η_t , pompa hesaplamalarında sıkça kullanılan bir terimdir ve hacimsel verim η_V ile mekanik verimden η_{hm} oluşur. Çoğunlukla yüzde olarak ifade edilen toplam verim aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\text{Toplam verim } (\eta_t) = (\eta_V)(\eta_{hm}) \quad (3.3)$$

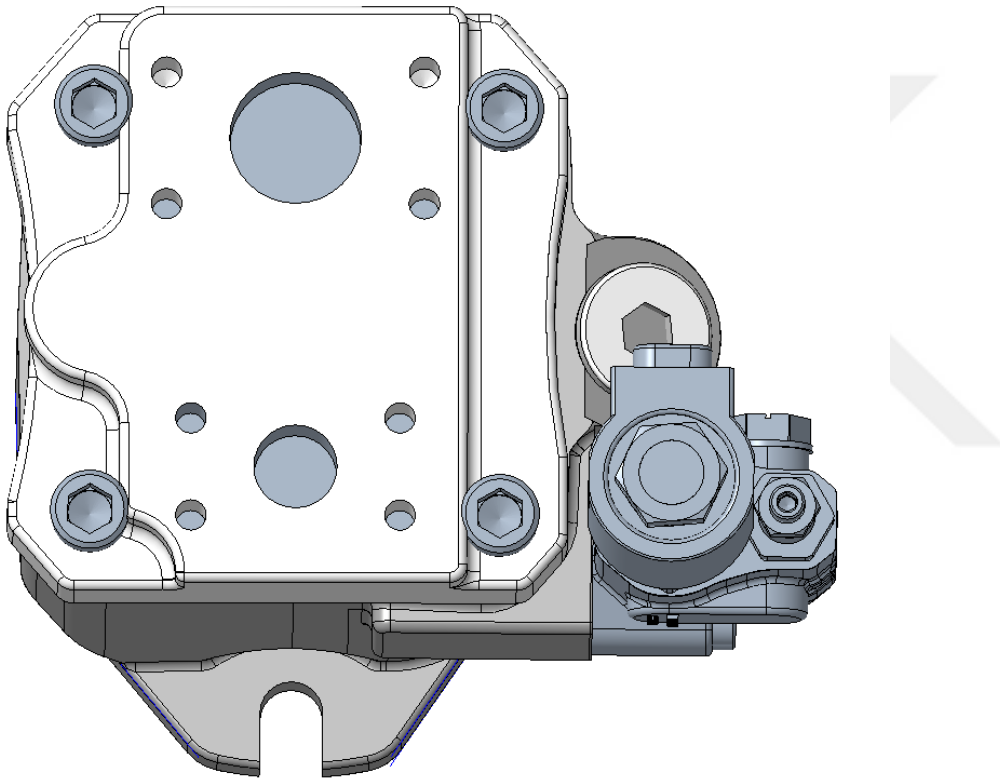
Hidrolik sistemlerde motor gücünü belirlemek için öncelikle pompanın çektiği gücün bilinmesi gerekmektedir. Bu ifade ile birlikte debi, basınç ve verim bilgilerine ihtiyaç duyulur. Pompa giriş gücü P_i aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$P_i = \frac{pQ}{6\eta_t} \quad (3.4)$$

Bunlarla beraber hidrolik sistemlerde akışkan akışını açıklayan iki farklı denklem vardır. Bunlardan ilki süreklilik denklemidir.

$$Q_1 = v_1 A_1 = Q_2 = v_2 A_2 \quad (3.5)$$

Burada pompa emiş hattı ile basınç hattı arasında bir alan farkı vardır. Bu fark pompa emişinde izin verilen hızın 2m/s'nin altında olması ve çıkışta ise 5m/s'nin altında olması gerektiğinden giriş ve çıkış port çapları birbirinden farklı çaplarda imal edilmektedir. Şekil 3.10' da farklı çaplarda emiş ve basınç portları görülmektedir.



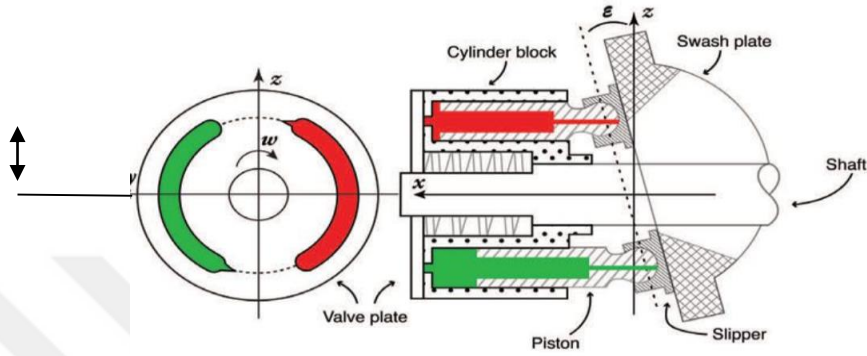
Şekil 3.10 Emiş ve basınç portları

Bir diğer denklemde Bernoulli denklemidir. Pozitif deplasmanlı olmayan pompalarda açık hali fazlaca kullanılan bu bağıntının pistonlu pompalarda ve valflerde bulunan orifislerde kullanımı aşağıdaki gibi verilmiştir. Burada Q debi, A alan p ise basıncı ifade etmektedir. C_d direnç katsayısı akışa göre 0.6 ila 0,8 arasında bir değer olarak alınabilir.

$$Q = C_d A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (3.6)$$

Yukarıda bahsedilen hesaplamalar genel olarak hidrolik pompalar için kullanılan hesaplamalardır. Ayrıca özel olarak pistonlu pompalar için yapılan hesaplamalar da mevcuttur.

Pistonlu pompa deplasman hesabı yapılmaktadır. Şekil 3.11’de gösterildiği gibi deplasman hesaplamalarında pistonlu pompa eğim plakasının eğimi δ ve piston hacimleri farkı veya piston stroğu olarak tanımlanan Δs belirleyici olmaktadır.



Şekil 3.11. Pistonlu Pompa Kesiti

Açıdan kaynaklı piston deplasmanı, piston merkezi ile şaft merkezi mesafesi R ile $\tan\delta$ üzerinden aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$s = R \tan(\delta) \quad (3.7)$$

Böylece toplam strok,

$$\Delta s = 2s \quad (3.8)$$

olarak bulunur. Pompa deplasmanı, piston alanı A ve strok Δs 'a bağlı olarak değiştiğinden

$$V = A(\Delta s) \quad (3.9)$$

olarak belirlenir.

Şekil 3.12’de ayar pistonunun arkasına dolan basınçlı akışkandan kaynaklanan kuvvet ve bileşenleri görülmektedir. Buna göre λ açısı F ile F_x arasındaki açı olmak üzere,

$$F_x = F \cos(\lambda) \quad (3.10)$$

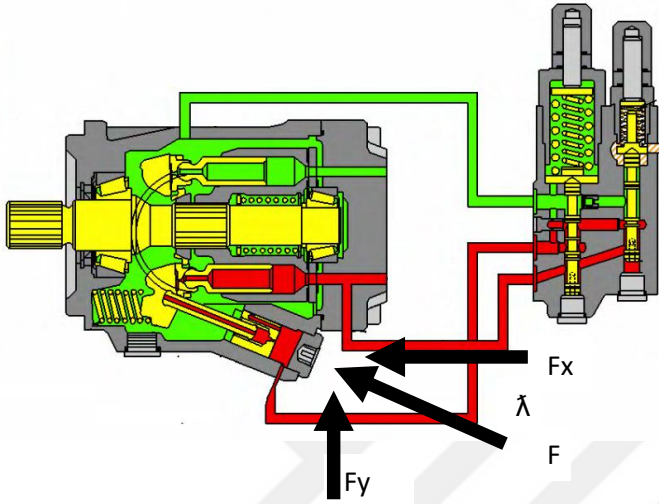
olur. Burada F_x kuvveti yay kuvveti,

$$F_x = kx \quad (3.11)$$

ve x ile gösterilen büyüklük pistonların çalıştığı eksendeki eğim plakasının yer değiştirmesi olmak üzere,

$$\tan(\delta) = \frac{x}{R} \quad (3.12)$$

olarak hesaplanır.



Şekil 3.12. Ayar Pistonu Arkasındaki Yükler

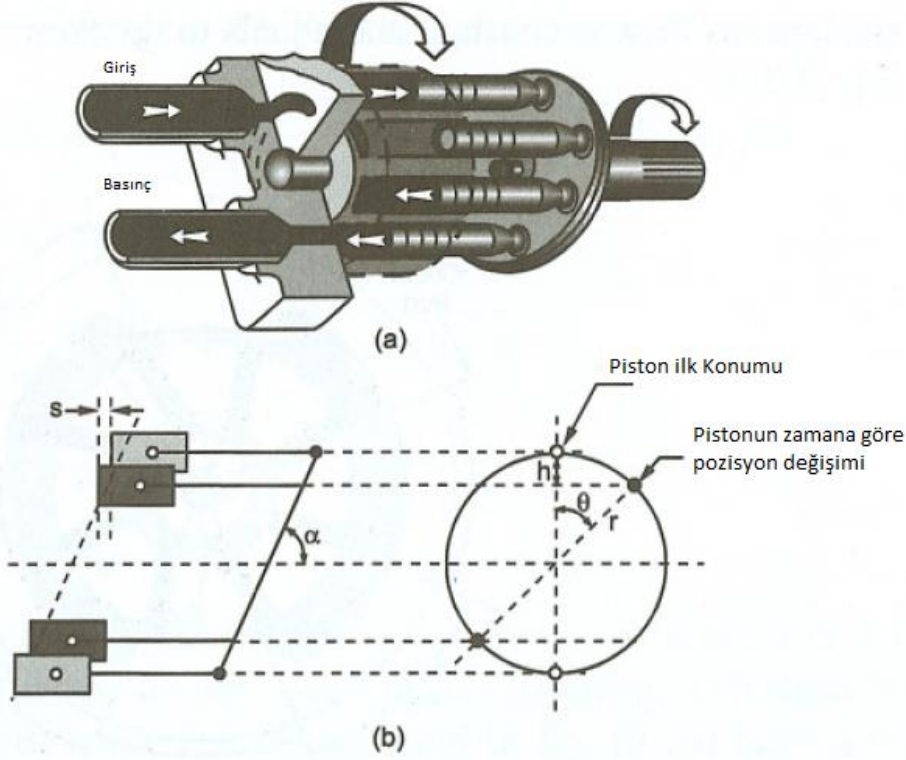
3.3. Kinematik Analiz

Eksenel pompaların çalışma özellikleri oldukça basittir. Şekil 1'de pompanın yan görünümüne bakıldığında, pistonlar pompa merkez hattından bir yarıçap Rc'de kartuş tarzı bir namluya yay ile sıkıştırılmıştır. Delik yarıçapının (Rb) pistonları, küresel bir yarıçap kubbesine (Rp) sahiptir. Çalışma sırasında pistonlar, eğik plaka tarafından pompa merkez hattına paralel bir yönde hareket eder. Yandan görünüşte eğik plaka bir rampa açısına (α) yönlendirilir. Kendi eksenini etrafında dönen plaka pompa dönüşünün yarısında pistonları içeri girmeye zorlarken iç yaylar pompa dönüşünün ikinci yarısında pistonları deliğin dışına doğru iter. Pistonlar ayrıca delik içinde serbestçe dönebilir. Debiyi üreten bu harekettir.

Pompanın çalışması sırasında piston, üst ölü nokta ile alt ölü nokta arasında gidip gelme hareketi yapar. Pistonun yer değiştirmesi pistonun stroku ile ölçülür ve piston stroğu ile pompanın dönme açısı ve eğim plakası açısı arasında Şekil 3.13'dan aşağıdaki gibi bir bağıntı bulunur.

$$S = r \cdot \tan \delta (1 - \cos \theta) \quad 3.13$$

Burada spiston stroku, r piston strok çapı, θ t anında piston konum açısı ve δ eğim plakası çalışma açısı olarak tanımlıdır.



Şekil 3.13. Zaman bağlı piston konumu değişimi

Pistonun aksenal hızı aşağıdaki gibidir.

$$v_p = \frac{ds}{dt} \quad 3.14$$

$$v_p = r \cdot \tan\delta \cdot \sin\theta \cdot \omega \quad 3.15$$

Sabit açısal hızda dönen pompada pistonun aksenal ivmesi ise aşağıdaki gibidir.

$$a_p = \frac{dv}{dt} \quad 3.16$$

$$a_p = r \cdot \tan\delta \cdot \cos\theta \cdot \omega^2 \quad 3.17$$

Pistonlu pompanın akış pülsasyonu pompanın maksimum dönme hızında referans alınarak alınan tek bir piston tarafından sağlanan akış,

$$q_1 = A \cdot v_p \quad 3.18$$

$$q_1 = A \cdot r \cdot \tan\delta \cdot \sin\theta \cdot \omega \quad 3.19$$

İkinci piston tarafından sağlanan akış,

$$q_2 = A. R. \tan\delta. \sin(\theta + 2\pi/n). w \quad 3.20$$

olmak üzere i. piston tarafından sağlanan akış,

$$q_i = A. R. \tan\delta. \sin(\theta + (i - 1).2\pi/n). w \quad 3.21$$

ve toplam akış,

$$q_t = \sum_{i=1}^m q_i \quad 3.22$$

$$q_t = \sum_{i=1}^m A. R. \tan\delta. \sin(\theta + (i - 1).2\pi/n). w \quad 3.24$$

$$q_t = \sum_{i=1}^m A. R. \tan\delta. \frac{\sin(\frac{m\pi}{n}). \sin(\theta + (\frac{m-1}{n}\pi)}{\sin\frac{\pi}{m}} \quad 3.25$$

olarak tanımlıdır. Burada m çıkış portundaki piston sayısıdır ve toplam piston sayısına bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$m = \frac{n}{2} \quad \text{toplam piston sayısı çift ise} \quad 3.26$$

$$m = \frac{n+1}{2} \quad \text{toplam piston sayısı tek ise,} \quad 3.27$$

3.4. Matematik Model

Pistonlu pompa dinamik model için geliştirilen şematik çizim Şekil 3.14'te sunulmuştur. Bu modele göre pompa dört adet kinetik enerji depolayan kütle ve atalet elemanından oluşan 19 serbestlik dereceli bir titreşim sistemi olarak tanımlanmaktadır. Bu kütle ve atalet elemanları 3 ana gruba ana gruba ayrılmıştır.

- a) Sabit parçalar; bu grupta 2 adet kütle ve atalet elemanı tanımlanmıştır.
 - (i) Gövde ve eğim plakası
 - (ii) Kapak ve kontrol plakası
- b) Dönen ve ötelenen parçalar; Bu grupta tanımlanan kütle ve atalet elemanı piston halkası, piston ve piston pabucudur.
- c) Dönen parçalar; Bu grupta tanımlanan kütle ve atalet elemanı şaft ve piston yuvasıdır.

plakasının yüzeyine dik doğrultudadır. Burada F indisi gövde ve eğim plakası, P indisi Piston halkası, piston ve piston pabucu, C indisi şaft ve piston yuvası ve EC indisi kapak ve kontrol plakası kütle ve atalet elemanları için kullanılmıştır.

Pistonlu pompa dinamik modelinde Şekil.3.13'te bulunan iki adet cıvata sırasıyla K_{BO1} (K_{BO1x} , K_{BO1y} , K_{BO1z}) ve K_{BO2} (K_{BO2x} , K_{BO2y} , K_{BO2z}) olarak K_{sh1} (K_{sh1x} , K_{sh1y}), K_{sh2} (K_{sh2x} , K_{sh2y}) şeklinde rulman, potansiyel enerji depolayan yay elemanı olarak tanımlanmıştır. Ayrıca piston pabucu ve eğim plakası ara yüzeyi (K_{sw}), piston ve piston yüzeyi ara yüzeyi (K_H) ve silindir ve valf plakası ara yüzeyi (K_v) de yay elemanı olarak tanımlanmıştır.

3.4.1. Hareket Denklemlerinin Oluşturulması

Bu çalışmada incelenen pistonlu pompanın serbest titreşim karakteristiklerini etkileyecek temel elemanlar olan yay ve kütle elemanları belirlenerek bir matematik model oluşturulmuştur. Buna göre yay elemanı olarak modellenen elemanlar pompa ile bağlantı flanşını birleştiren cıvata, gövdede bulunan rulman-1 ve kapakta bulunan rulman -2 ve basınç yayıdır. Yay elemanı olarak modellenen ara yüzeyler piston pabucu ve eğim plakası ara yüzeyi, piston ve piston yatağı ara yüzeyi ve silindir ve valf plakası ara yüzeyidir. Kütle ve atalet elemanı olarak modellenen elemanlar ise gövde, kapak, kontrol plakası ve eğim plakasını içeren bir kütleli eleman, piston yuvası ve şaftı içeren bir kütleli eleman ve piston halkası ve piston pabuçları ve pistonları içeren bir kütleli elemandır. [19]

Yay karakteristikleri sabit ve lineer kabul edilmiş olup küçük yer değiştirmeler için pistonlu pompanın serbest titreşim hareket denklemleri, Lagrange eşitlikleri kullanılarak genelleştirilmiş koordinatlar cinsinden türetilmiştir. 19 serbestlik dereceli olarak modellenen pistonlu pompa için Lagrange denklemleri aşağıdaki ifade ile verilebilir

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = 0 \quad (j=1,2,\dots,n) \quad (3.28)$$

Burada $\dot{q}_j = \partial q_j / \partial t$; genelleştirilmiş hız, T kütle ve atalet elemanı olarak tanımlanan elemanların toplam kinetik enerjisi ve V ise yay elemanı olarak tanımlanan elemanların ve ara yüzeylerin toplam potansiyel enerjisidir. Genel üç boyutlu rijit cisim hareketi için kinetik enerji aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$T = \frac{1}{2} \vec{v}_G \cdot \vec{L} + \frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot \vec{H}_G \quad (3.29)$$

$$T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} (I_{xx} \omega_x^2 + I_{yy} \omega_y^2 + I_{zz} \omega_z^2) - (I_{xy} \omega_x \omega_y + I_{xz} \omega_x \omega_z + I_{yz} \omega_y \omega_z) \quad (3.30)$$

Burada v_G kütle merkezinin hızı(m/sn), L lineer momentum (kgm/sn), ω açısal hız (rad/sn), H_G (kgm²/sn) açısal momentum, m kütle (kg) ve I_{ij} ($i,j=x,y$) kütle atalet momentidir (kgm²). Eksen takımındaki eksenlerin asal atalet eksenleri ile çakışması durumunda, kinetik enerji aşağıdaki gibi yazılır.

$$T = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}(I_{xx}\omega_x^2 + I_{yy}\omega_y^2 + I_{zz}\omega_z^2) \quad (3.31)$$

Lineer elastik kabul edilen yay elemanları için elastik potansiyel enerji aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$V = \frac{1}{2}K_i q_i^2 \quad (3.32)$$

Burada K_i ($i=x,y,z$) yay sabiti (N/m) ve q_i ($i=1,\dots,13$) genelleştirilmiş koordinattır.

Sistemin enerji denklemleri (3.14) ile verilen Lagrange denkleminde yerine koyularak çözüldüğünde 19 serbestlik dereceli olarak modellenen sistem için 19 adet hareket denklemi elde edilir.

Gövde ve eğim plakasından oluşan toplam kütle hareket denklemleri Denklem (3.33)-(3.37) ile aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$M_F \ddot{X}_F + 2K_{B01x}(X_F + \theta_F L_{F3}) + 4K_{B02x}[(X_F - \theta_F L_{F3}) - (X_{EC} + \theta_{EC} L_{EC1})] + K_{Shx}^1[(X_F + \theta_F L_{F1}) - (X_C + \theta_C L_{C1})] = 0 \quad (3.33)$$

$$M_F \ddot{Y}_F - nK_{Sw} \sin \delta_0 \left[(-Y_F \sin \delta_0 + Z_F \cos \delta_0 - Z_P) + \left(-L_{PF} \sin \delta_0 + \frac{RA_1}{n \cos \delta_0} \right) \varphi_F - \frac{RA_1}{n \cos \delta_0} \varphi_P - \frac{RA_2}{n} (\cos \delta_0 \theta_F - \theta_P) \right] + 2K_{B01y}(Y_F - \varphi_F L_{F3}) + 4K_{B02y}[(Y_F + \varphi_F L_{F4}) - (Y_{EC} - \varphi_{EC} L_{EC1})] + K_{Shy}^1[(Y_F - \varphi_F L_{F1}) - (Y_C - \varphi_C L_{C1})] = 0 \quad (3.34)$$

$$M_F \ddot{Z}_F + nK_{Sw} \cos \delta_0 \left[(-Y_F \sin \delta_0 + Z_F \cos \delta_0 - Z_P) + \left(-L_{PF} \sin \delta_0 + \frac{RA_1}{n \cos \delta_0} \right) \varphi_F - \frac{RA_1}{n \cos \delta_0} \varphi_P - \frac{RA_2}{n} (\cos \delta_0 \theta_F - \theta_P) \right] + 2K_{B01z} Z_F + 4K_{B02z}(Z_F - Z_{EC}) = 0 \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned}
& I_{F_x} \ddot{\varphi}_F + nK_{Sw} \left[\left(-L_{PF} \sin \delta_0 + \frac{RA_1}{n \cos \delta_0} \right) (-Y_F \sin \delta_0 + Z_F \cos \delta_0 - Z_P) + \left(L_{PF}^2 \sin^2 \delta_0 - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{2L_{PF} \tan \delta_0 RA_1}{N} + \frac{R^2 A_4}{N \cos^2 \delta_0} \right) \varphi_F - \left(-\frac{L_{PF} \tan \delta_0 RA_1}{N} + \frac{R^2 A_4}{N \cos^2 \delta_0} \right) \varphi_P + \left(\frac{L_{PF} \tan \delta_0 RA_2}{N} - \frac{R^2 A_3}{N \cos \delta_0} \right) (\cos \delta_0 \theta_F - \right. \\
& \left. \theta_P) \right] - K_{Shy}^1 L_{F1} [(Y_F - \varphi_F L_{F1}) - (Y_C - \varphi_C L_{C1})] - 2L_{F3} K_{Bo1y} (Y_F - \varphi_F L_{F3}) + \\
& 2K_{Bo1z} L_{b1} (\varphi_F L_{b1} - \theta_F L_{m1}) + 4K_{Bo2y} L_{F4} [(Y_F + \varphi_F L_{F4}) - (Y_{EC} - \varphi_{EC} L_{EC1})] + \\
& 4K_{Bo2z} L_{b2}^2 (\varphi_F - \theta_{EC}) = 0
\end{aligned} \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned}
& I_{F_y} \ddot{\theta}_F - K_{Sw} \cos \delta_0 R \left\{ A_2 (-Y_F \sin \delta_0 + Z_F \cos \delta_0 - Z_P) + \left[\left(-A_2 L_{PF} \sin \delta_0 + \frac{RA_3}{\cos \delta_0} \right) \varphi_F - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{RA_3}{\cos \delta_0} \varphi_P \right] - RA_5 (\cos \delta_0 \theta_F - \theta_P) \right\} + 2L_{F3} K_{Bo1x} (X_F + \theta_F L_{F3}) - 2K_{Bo1z} L_{m1} (\varphi_F L_{b1} - \\
& \theta_F L_{m1}) + 4K_{Bo2z} L_{m2}^2 (\theta_F - \theta_{EC}) - 4K_{Bo2x} L_{F4} [(X_F - \theta_F L_{F4}) - (X_{EC} + \theta_{EC} L_{EC1})] + \\
& K_{Shx}^1 L_{F1} [(X_F + \theta_F L_{F1}) - (X_C + \theta_C L_{C1})] = 0
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Piston halkası, piston ve piston pabuçlarından oluşan toplam kütle hareket denklemleri Denklem (3.24)-(3.27) ile aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$M_P \ddot{Y}_P + nK_H \sin \delta_0 \left[(Y_P \sin \delta_0 + Z_P \cos \delta_0 - Z_C) + \frac{RA_1}{n} (\varphi_P - \varphi_C) - \frac{RA_2}{n} (\cos \delta_0 \theta_P - \theta_C) \right] = 0 \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned}
& M_P \ddot{Z}_P + nK_{Sw} \left\{ (Y_F \sin \delta_0 - Z_F \cos \delta_0 + Z_P) + \left[\left(L_{PF} \sin \delta_0 - \frac{RA_1}{n \cos \delta_0} \right) \varphi_F + \frac{RA_1}{n \cos \delta_0} \varphi_P \right] + \right. \\
& \left. \frac{RA_2}{n} (\cos \delta_0 \theta_F - \theta_P) \right\} + nK_H \cos \delta_0 \left[(Y_P \sin \delta_0 + Z_P \cos \delta_0 - Z_C) + \frac{RA_1}{n} (\varphi_P - \varphi_C) - \right. \\
& \left. \frac{RA_2}{n} (\cos \delta_0 \theta_P - \theta_C) \right] = 0
\end{aligned} \tag{3.39}$$

$$\begin{aligned}
& I_{P_x} \ddot{\varphi}_P + \frac{K_{Sw} R}{\cos \delta_0} \left\{ A_1 (Y_F \sin \delta_0 - Z_F \cos \delta_0 + Z_P) + \left[\left(L_{PF} A_1 \sin \delta_0 - \frac{RA_4}{\cos \delta_0} \right) \varphi_F + \frac{RA_4}{\cos \delta_0} \varphi_P \right] + \right. \\
& \left. RA_3 (\cos \delta_0 \theta_F - \theta_P) \right\} + K_H R [A_1 (Y_P \sin \delta_0 + Z_P \cos \delta_0 - Z_C) + RA_4 (\varphi_P - \varphi_C) - \\
& RA_3 (\cos \delta_0 \theta_P - \theta_C)] = 0
\end{aligned} \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned}
& I_{P_y} \ddot{\theta}_P - K_{SW} R \left\{ A_2 (Y_F \sin \delta_0 - Z_F \cos \delta_0 + Z_P) + \left[\left(L_{PF} A_2 \sin \delta_0 - \frac{RA_3}{\cos \delta_0} \right) \varphi_F + \frac{RA_3}{\cos \delta_0} \varphi_P \right] + \right. \\
& \left. RA_5 (\cos \delta_0 \theta_F - \theta_P) \right\} - K_H R \cos \delta_0 [A_2 (Y_P \sin \delta_0 + Z_P \cos \delta_0 - Z_C) + RA_3 (\varphi_P - \varphi_C) - \\
& RA_5 (\cos \delta_0 \theta_P - \theta_C)] = 0
\end{aligned} \tag{3.41}$$

Piston yuvası ve şafttan oluşan toplam kütle hareket denklemleri Denklem (3.42)-(3.48) ile aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$M_C \ddot{X}_C + K_{Shx}^1 [(X_C - X_F) + (\theta_C L_{C1} - \theta_F L_{F1})] + K_{Shx}^2 [(X_C - X_{EC}) - (\theta_C L_{C2} + \theta_{EC} L_{EC2})] = 0 \tag{3.42}$$

$$M_C \ddot{Y}_C + K_{Shy}^1 [(Y_C - Y_F) - (\varphi_C L_{C1} - \varphi_F L_{F1})] + K_{Shy}^2 [(Y_C - Y_{EC}) + (\varphi_C L_{C2} + \varphi_{EC} L_{EC2})] = 0 \tag{3.43}$$

$$\begin{aligned}
& M_C \ddot{Z}_C - n K_H \left[(Y_P \sin \delta_0 + Z_P \cos \delta_0 - Z_C) + \frac{RA_1}{n} (\varphi_P - \varphi_C) - \frac{RA_2}{n} (\cos \delta_0 \theta_P - \theta_C) \right] + \\
& 4 K_{VP} (Z_C - Z_{EC}) = 0
\end{aligned} \tag{3.44}$$

$$\begin{aligned}
& I_{Cx} \ddot{\varphi}_C + K_{Shy}^1 L_{C1} [(Y_F - Y_C) - (\varphi_F L_{F1} - \varphi_C L_{C1})] + K_{Shy}^2 L_{C2} [(Y_C - Y_{EC}) + (\varphi_C L_{C2} - \\
& \varphi_{EC} L_{EC2})] - K_H R [A_1 (Y_P \sin \delta_0 + Z_P \cos \delta_0 - Z_C) + RA_4 (\varphi_P - \varphi_C) - RA_3 (\cos \delta_0 \theta_P - \theta_C)] + \\
& 2 K_V R_V^2 (\varphi_C - \varphi_{EC}) = 0
\end{aligned} \tag{3.45}$$

$$\begin{aligned}
& I_{Cy} \ddot{\theta}_C - K_{Shx}^1 L_{C1} [(X_F - X_C) + (\theta_F L_{F1} - \theta_C L_{C1})] - K_{Shx}^2 L_{C2} [(X_C - X_{EC}) - (\theta_C L_{C2} + \\
& \theta_{EC} L_{EC2})] + K_H R [A_2 (Y_P \sin \delta_0 + Z_P \cos \delta_0 - Z_C) + RA_3 (\varphi_P - \varphi_C) - RA_5 (\cos \delta_0 \theta_P - \theta_C)] + \\
& 2 K_V R_V^2 (\theta_C - \theta_{EC}) = 0
\end{aligned} \tag{3.46}$$

Kontrol plakası ve kapaktan oluşan toplam kütle hareket denklemleri Denklem (3.47)-(3.51) ile aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$M_{EC} \ddot{X}_{EC} - K_{Shx}^2 [(X_C - X_{EC}) - (\theta_C L_{C2} + \theta_{EC} L_{EC2})] - 4 K_{Bo2x} [(X_F - X_{EC}) - (\theta_F L_{F4} + \theta_{EC} L_{EC1})] = 0 \tag{3.47}$$

$$M_{EC} \ddot{Y}_{EC} - K_{Shy}^2 [(Y_C - Y_{EC}) + (\varphi_C L_{C2} + \varphi_{EC} L_{EC2})] - 4K_{Bo2y} [(Y_F - Y_{EC}) + (\varphi_F L_{F4} + \varphi_{EC} L_{EC1})] = 0 \quad (3.48)$$

$$M_{EC} \ddot{Z}_{EC} - 4K_V (Z_C - Z_{EC}) - 4K_{Bo2z} (Z_F - Z_{EC}) = 0 \quad (3.49)$$

$$I_{ECx} \ddot{\varphi}_{EC} + K_{Shy}^2 L_{EC2} [(Y_C - Y_{EC}) + (\varphi_C L_{C2} + \varphi_{EC} L_{EC2})] - 2K_V R_V^2 (\varphi_C - \varphi_{EC}) + 4K_{Bo2y} L_{EC1} [(Y_F - Y_{EC}) + (\varphi_F L_{F4} + \varphi_{EC} L_{EC1})] - 4K_{Bo2z} L_{b2}^2 (\varphi_{Fx} - \varphi_{ECx}) = 0 \quad (3.50)$$

$$I_{ECy} \ddot{\theta}_C - K_{Shx}^2 L_{EC2} [(X_C - X_{EC}) - (\theta_C L_{C2} + \theta_{EC} L_{EC2})] - 2K_V R_V^2 (\theta_C - \theta_{EC}) - 4K_{Bo2x} L_{EC1} [(X_F - X_{EC}) - (\theta_F L_{F4} + \theta_{EC} L_{EC1})] - 4K_{Bo2z} L_{m2}^2 (\theta_F - \theta_{EC}) = 0 \quad (3.51)$$

(3.33-3.46) ile verilen denklem sistemi vektör formunda aşağıdaki gibi yazılır.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \quad (3.52)$$

Burada $[M]$ kütle matrisi, $[K]$ rijitlik matrisi ve q_i ($i=1, \dots, 13$) genelleştirilmiş koordinatlardır ve vektör formunda aşağıdaki gibidir.

$$\{q\} = \{X_F, Y_F, Z_F, \varphi_F, \theta_F, Y_P, Z_P, \varphi_P, \theta_P, X_C, Y_C, Z_C, \varphi_C, \theta_C, X_{EC}, Y_{EC}, Z_{EC}, \varphi_{EC}, \theta_{EC}\}^T \quad (3.53)$$

3.4.2. Modal Analiz Yöntemi

Modal analiz tanım olarak titreşen bir sistemin dinamik davranışını gösteren matematik modeli oluşturmak için ihtiyaç duyulan parametrelerin (doğal frekans, titreşim biçimi, iç sönüm gibi) belirlenmesi işlemidir. Denklem (3.38) ile verilen denklem sisteminin modal analiz yöntemiyle çözümü doğal frekans ve mod şekillerini verir. Bu denklem lineer formda olup çok serbestlik dereceli bir sistemin sönümsüz serbest titreşim hareket denklemi, sisteme, başlangıç yer değiştirmeleri veya başlangıç hızları ya da her ikisi de olacak şekilde belirli bir enerji verilirse, enerji kayıpları olmadığı için sistem sonsuz süre titreşim yapar. Çözümün aşağıda verilen biçimde olduğu varsayılarak, Denklem (3.40)'ın çözümü bulunabilir.

$$x_i(t) = X_i T(t) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (3.54)$$

Burada X_i , bir sabit ve T zamana bağlı bir fonksiyondur. Denklem (3.40), iki konum değişkeninin genlik oranı olan $\{x_i(t)/x_j(t)\}$ ifadesinin zamandan bağımsız olduğunu gösterir. Bu sonuç, fiziksel olarak tüm konum değişkenlerinin senkronize hareketlere sahip olduğunu gösterir. Sistemin konumu, hareket esnasında, şeklini değiştirmez fakat genlikleri değişir. Aşağıdaki vektörle verilen sistem konumu, sistemin mod şekli olarak bilinir.

$$\vec{X} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_n \end{Bmatrix} \quad (3.55)$$

Denklem (3.55), Denklem (3.54)'da yerine konularak aşağıdaki sonuca ulaşılır.

$$[M]\vec{X}\ddot{T}(t) + [K]\vec{X}T(t) = \vec{0} \quad (3.56)$$

Denklem (3.42), n farklı denklem olarak skaler biçimde yazılabilir.

$$\left(\sum_{j=1}^n M_{ij}X_j\right)\ddot{T}(t) + \left(\sum_{j=1}^n K_{ij}X_j\right)T(t) = 0 \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.57)$$

Bu ifadeden,

$$-\frac{\ddot{T}(t)}{T(t)} = \frac{\left(\sum_{j=1}^n K_{ij}X_j\right)}{\left(\sum_{j=1}^n M_{ij}X_j\right)} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.58)$$

bağıntıları elde edilir. Denklem (3.58)'ün sol tarafı i indisinden bağımsız ve sağ tarafı ise zamandan bağımsız olduğu için her iki taraf bir sabite eşit olmalıdır. Bu sabiti, ω^2 olarak kabul ederel, Denklem (3.59) aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\ddot{T}(t) + \omega^2 T(t) = 0 \quad (3.59)$$

$$\sum_{j=1}^n (K_{ij} - \omega^2 M_{ij})X_j = 0 \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.60)$$

$$[[K] - \omega^2 [M]]\vec{X} = \vec{0} \quad (3.61)$$

Denklem (3.59)'in çözümü aşağıdaki tarzda ifade edilebilir.

$$T(t) = C_1 \cos(\omega t + \Phi) \quad (3.62)$$

Burada C_1 ve Φ , sırasıyla genlik ve faz açısı olarak bilinen sabitlerdir. Denklem (3.61), tüm konum değişkenlerinin aynı ω frekansı ve aynı Φ faz açısında harmonik hareket yapabileceğini gösterir. Bununla birlikte ω frekansı, herhangi gelişigüzel bir değer alamaz, Denklem (3.61)'yı sağlayacak

şekilde olmalıdırlar. Denklem (3.60), bilinmeyenleri X_i ($i=1,2,\dots,n$) olan n adet lineer homojen denklem takımını gösterdiği için, boş çözüm $X_1=X_2=\dots=X_n=0$ 'dır. Denklem (3.61)'nin genel çözümü için katsayılar matrisinin determinantı, Δ sıfır olmalıdır. Yani,

$$\Delta = |K_{ij} - \omega^2 M_{ij}| = |[K] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (3.63)$$

Denklem (3.63)'e karakteristik denklem denir ve ω^2 karakteristik değer veya öz değer olarak bilinir ve ω sistemin doğal frekansı olarak isimlendirilir.

Denklem (3.63)'in açılımı, ω^2 terimleri cinsinden n . mertebeden polinom denklemini ortaya çıkarır. Bu polinomun veya karakteristik denklemin çözümü, $\omega_1 \leq \omega_2 \leq \dots \leq \omega_n$ olacak şekilde n adet ω değerini ve böylece n adet doğal frekansını verir. En küçük değer (ω_1), temel veya birinci doğal frekans olarak adlandırılır.

İzleyen adımda X_i değerleri belirlenmektedir. Bu değerler, sistemin doğal frekansları olan ω_i değerlerine bağlıdır. X_i 'nin ω_1 değerine karşılık gelen değerleri $X_i^{(1)}$, ω_2 değerine karşılık gelen değerleri $X_i^{(2)}$ ve benzer şekilde ω_n değerine karşılık gelen değerleri $X_i^{(n)}$ şeklinde tanımlanmaktadır. Titreşimin normal modlarını gösteren $\vec{X}^{(i)}$ ($j=1,2,\dots,n$ ve $i=1,2,\dots,n$) vektörleri sistemin modal vektörleri olarak bilinir. Doğal frekanslar bilindiğinde,

$$\lambda = \frac{1}{\omega^2} \quad (3.64)$$

olarak tanımlanmak üzere,

$$[\lambda_i [I] - [D]] \vec{X}^{(i)} = \vec{0} \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.65)$$

denklemi kullanılarak, mod biçimleri veya öz vektörleri hesaplanabilir. Burada $[I]$ birim matris ve $[D]$ dinamik matris olarak tanımlanır ve aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$[D] = [K]^{-1} [M] \quad (3.66)$$

$$[K]^{-1} = \text{inv}(K) \quad (3.67)$$

Denklem (3.65)'nin çözümüyle elde edilen normal modların dikleştirilmesiyle modal matris elde edilir. Doğal frekans ω_i ve buna tekabül eden $\vec{X}^{(i)}$ modal vektörü Denklem (3.61)'yi sağlar. Dolayısıyla,

$$\omega_i^2 [M] \vec{X}^{(i)} = [K] \vec{X}^{(i)} \quad (3.68)$$

olur. Diğer farklı ω_j doğal frekansı ve buna tekabül eden $\vec{X}^{(j)}$ modal vektörü dikkate alınacak olursa, bu büyüklükler de Denklem (3.61)'yi sağlar, dolayısıyla,

$$\omega_j^2 [M] \vec{X}^{(j)} = [K] \vec{X}^{(j)} \quad (3.69)$$

yazılır. Denklem (3.52) ve Denklem (3.53) sırasıyla $\vec{X}^{(j)T}$ ve $\vec{X}^{(i)T}$ ile önden çarpılırsa, $[K]$ ve $[M]$ matrislerinin simetri özelliği dikkate alınarak, aşağıdaki ifadelere ulaşılır.

$$\omega_i^2 \vec{X}^{(i)T} [M] \vec{X}^{(i)} = \vec{X}^{(i)T} [K] \vec{X}^{(i)} \equiv \vec{X}^{(i)T} [K] \vec{X}^{(i)} \quad (3.70)$$

$$\omega_j^2 \vec{X}^{(j)T} [M] \vec{X}^{(i)} \equiv \omega_j^2 \vec{X}^{(j)T} [M] \vec{X}^{(i)} = \vec{X}^{(i)T} [K] \vec{X}^{(j)} \quad (3.71)$$

Denklem (3.72), Denklem (3.71)'den çıkarılmak suretiyle aşağıdaki ifade bulunur.

$$(\omega_i^2 - \omega_j^2) \vec{X}^{(j)T} [M] \vec{X}^{(i)} = 0 \quad (3.72)$$

Genelde $\omega_i^2 \neq \omega_j^2$ olup, bu nedenle Denklem (3.72) aşağıdaki sonucun çıkmasını sağlar.

$$\vec{X}^{(j)T} [M] \vec{X}^{(i)} = 0 \quad i \neq j \quad (3.73)$$

Denklem (3.61) ve Denklem (3.62)'dan Denklem (3.74) dolayısıyla elde edilen sonuç,

$$\vec{X}^{(j)T} [K] \vec{X}^{(i)} = 0 \quad i \neq j \quad (3.74)$$

olur. Denklem (3.73) ve Denklem (3.74), $\vec{X}^{(i)}$ ve $\vec{X}^{(j)}$ modal vektörlerinin kütle ve rijitlik matrislerinin her ikisine göre dik olduklarını gösterir.

$i=j$ olması halinde Denklem (3.73) ve Denklem (3.74)'un sol tarafları sıfıra eşit değildir, fakat i moda ilişkin kütle ve rijitlik katsayılarını verirler.

$$M_{ii} = \vec{X}^{(i)T} [M] \vec{X}^{(i)} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.75)$$

$$K_{ii} = \vec{X}^{(i)T} [K] \vec{X}^{(i)} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.76)$$

Denklem (3.75) ve Denklem (3.76), matris biçiminde yazılabilir.

$$[\backslash M \swarrow] = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 \\ & M_{22} \\ & & \dots \\ 0 & & & M_{nn} \end{bmatrix} = [X]^T [M] [X] \quad (3.77)$$

$$[\wedge K \vee] = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ & K_{22} \\ 0 & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} = [X]^T [K] [X] \quad (3.78)$$

Burada i. sütun, i. modal vektöre karşılık gelmek üzere $[X]$ matrisi modal matris olarak adlandırılır.

$$[X] = [\vec{X}^{(1)} \vec{X}^{(2)} \dots \vec{X}^{(n)}] \quad (3.79)$$

Çoğunlukla, $\vec{X}^{(i)}$ modal vektörleri, $[\wedge M \vee] = [I]$ olacak şekilde normalize edilirler. Bu çalışmada da $\vec{X}^{(i)}$ modal vektörleri, $[\wedge M \vee] = [I]$ olacak şekilde normalize edilmiştir.

$$\vec{X}^{(i)T} [M] \vec{X}^{(i)} = 1 \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.80)$$

Bu durumda $[\wedge K \vee]$ matrisi, aşağıdaki yapıya indirgenir.

$$[\wedge K \vee] = [\wedge \omega_i^2 \vee] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 \\ & \omega_2^2 \\ 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Burada $\vec{X}^{(i)}$ öz vektörü Denklem (3.80)'i sağlıyorsa, $[M]$ kütle matrisine göre ortogonaldır denir.

Diklik (ortogonallık) özelliğinden dolayı öz vektörler lineer bağımsızdır. Bu nedenle n boyutlu uzayda bir temel yapı oluştururlar. Bu, n boyutlu uzaydaki herhangi bir vektörün, n adet lineer bağımsız vektörün lineer kombinasyonu/bileşimi olarak yazılabileceği anlamına gelir. \vec{X} ; n boyutlu uzayda herhangi bir vektör ise, o takdirde aşağıdaki ifade ile tanımlanabilir.

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^n c_i \vec{X}^{(i)} \quad (3.82)$$

Burada c_i sabitlerdir. Denklem (3.82)'nin her iki tarafına $\vec{X}^{(i)T} [M]$ ile ön çarpma işlemi uygulayarak, c_i sabitlerinin değeri belirlenebilir.

$$c_i = \frac{\vec{X}^{(i)T} [M] \vec{x}}{\vec{X}^{(i)T} [M] \vec{X}^{(i)}} = \frac{\vec{X}^{(i)T} [M] \vec{x}}{M_{ii}} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.83)$$

Burada M_{ii} , i. normal modunda genelleştirilmiş kütlelerdir. Bu çalışmada olduğu gibi $\vec{X}^{(i)}$ modal vektörleri Denklem (3.80)'e göre normalize edilmiş iseler, c_i sabitleri aşağıdaki ifade ile verilirler.

$$c_i = \vec{X}^{(i)T} [M] \vec{x} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.84)$$

Denklem (3.84), açılım teoremi olarak biline kavramı açıklar. Açılım teoremine göre Denklem (3.56)'ın çözüm vektörü, normal modların lineer kombinasyonu olarak aşağıdaki gibi yazılır.

$$\vec{x}(t) = q_1(t)\vec{X}^{(1)} + q_2(t)\vec{X}^{(2)} + \dots + q_n(t)\vec{X}^{(n)} \quad (3.85)$$

Burada $q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)$ zamana göre değişen genelleştirilmiş konum değişkenleri olup, asal koordinatlar veya modal etki/katılım katsayıları olarak da bilinirler. Denklem (3.79), J. Sütunun $\vec{X}^{(j)}$ vektörü olduğu $[X]$ modal matrisini tanımlamak üzere Denklem (3.85) aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\vec{x}(t) = [X]\vec{q}(t) \quad (3.86)$$

Burada,

$$\vec{q}(t) = \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ q_n(t) \end{Bmatrix} \quad (3.87)$$

dır. $[X]$ zamanın fonksiyonu olmadığı için Denklem (3.86)'den aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$\ddot{\vec{x}}(t) = [X]\ddot{\vec{q}}(t) \quad (3.88)$$

Denklem (3.86) ve Denklem (3.87)'ü kullanarak Denklem (3.89) aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$[M][X]\ddot{\vec{q}} + [K][X]\vec{q} = 0 \quad (3.89)$$

Denklem (3.89)'ün her iki tarafı $[X]^T$ ile çarpılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$[X]^T[M][X]\ddot{\vec{q}} + [X]^T[K][X]\vec{q} = 0 \quad (3.90)$$

Denklem (3.89) ve Denklem (3.90)'a göre normal modlar normalize edildiğinde,

$$[X]^T[M][X] = [I] \quad (3.91)$$

$$[X]^T[K][X] = [\diagup \omega^2 \diagdown] \quad (3.92)$$

elde edilir. Denklem (3.89), Denklem (3.90) ve Denklem (3.91) kullanılarak vektörel formda aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\ddot{\vec{q}}(t) + [\diagup \omega^2 \diagdown]\vec{q}(t) = 0 \quad (3.93)$$

Bu denklem n adet ikinci mertebe birbiriyle bağlı olmayan diferansiyel denklem takımını gösterir ve skaler formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = 0 \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.94)$$

Bu denklem tam olarak, bir serbestlik dereceli sönümsüz serbest titreşim hareketini tanımlayan diferansiyel denklem yapısındadır ve çözümü aşağıdaki formdadır.

$$q_i(t) = q_i(0)\cos\omega_i(t) + \frac{\dot{q}_i(0)}{\omega_i}\sin\omega_i t \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.95)$$

Burada genelleştirilmiş başlangıç yer değiştirmeleri $q_i(0)$ ve genelleştirilmiş başlangıç hızları $\dot{q}_i(0)$, fiziksel yer değiştirmelerin başlangıç değerlerinden ($x_i(0)$) ve fiziksel hızların başlangıç değerlerinden ($\dot{x}_i(0)$), bulunabilir.

$$\vec{q}(0) = [X]^T[M]\vec{x}(0) \quad (3.96)$$

Burada,

$$\vec{q}(0) = \begin{Bmatrix} q_1(0) \\ q_2(0) \\ \vdots \\ \vdots \\ q_n(0) \end{Bmatrix} \quad (3.97)$$

$$\dot{\vec{q}}(0) = \begin{Bmatrix} \dot{q}_1(0) \\ \dot{q}_2(0) \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{q}_n(0) \end{Bmatrix} \quad (3.98)$$

$$\vec{x}(0) = \begin{Bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n(0) \end{Bmatrix} \quad (3.99)$$

$$\dot{\vec{x}}(0) = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(0) \\ \dot{x}_2(0) \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{x}_n(0) \end{Bmatrix} \quad (3.100)$$

şeklinde tanımlıdır. Genelleştirilmiş yer değiştirmeler $q_i(t)$ bulunduğunda Denklem (3.94)-(3.96) kullanılmak suretiyle, fiziksel yer değiştirmeler, $x_i(t)$, Denklem (3.87) yardımıyla bulunabilir. Böylece sistemin serbest titreşim cevabı ve dolayısıyla genlik ve faz açıları bulunur.

3.5. Sonlu Elemanlar Analizi

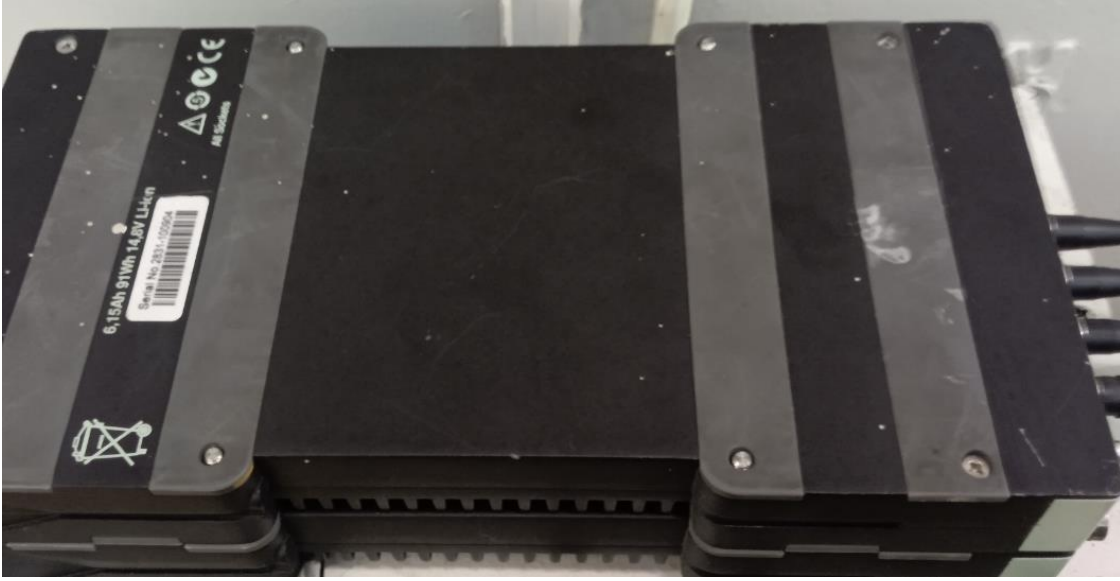
Sonlu elemanlar analizi uygulamasında, pistonlu pompanın 3 boyutlu katı modeli Creo Parametric programında oluşturulmuş ve ANSYS work-bench programına aktarılmıştır. Bu yazılımda parçalar birbirine bağ kontağı ile bağlıdır. Tüm parçalar için mash 1-5 mm olarak verilmiştir. Çalışmada pompanın tamamı ANSYS kütüphanesinde tanımlı bulunan pik döküm EN GJL 300 DIN EN 1561 olarak tanımlanmıştır Buna göre poisson oranı 0.26 ve elastisite modülü 122 GPa ve yoğunluğu $7,25 \text{ g/cm}^3$ alınmıştır. Pompaya Şekil.3.16'te mavi ile gösterilen bölgelerden sabitlenerek sınır şartları belirlenmiştir. 262476 eleman ve 460721 düğüm noktasından oluşmaktadır. Şekil 3.17'da gösterildiği gibi sistem tetrahedral ve hexahedral elemanlardan kurgulanmıştır. ANSYS analizi EPP045 modeli pistonlu pompa için yapılmıştır.

3.6. Titreşim Testi

Doğal frekansın deneysel ölçümlerinde ölçümü gerçekleştirmek için ölçülecek bir Pistonlu pompa (bölüm 1'de detaylı olarak açıklanmıştır), darbeyi uygulamak için bir darbe çekici, titreşim sisteminin darbeye olan cevabını ölçmek için titreşimleri ivme, hız veya yer değiştirme olarak ölçebilen bir sensör, sensörün ilettiği verileri toplayabilmek ve iletebilmek için bir analizör ve analizörden gelen dataları anlamlandırabilmek için bir analiz arayüzüne ihtiyaç duyulmaktadır. Aşağıda deney düzeneğinde kullanılan araçlar detaylı olarak tanımlanmıştır.

3.6.1. Analizör

Ölçümlerde kullanılan analizör Tip 3050-A-060-ch giriş modülü LAN-XI 51.2 kHz (mic,CCLD,V) olarak tanımlanan analizör Şekil 3.16'da gösterildiği gibi 6 giriş kanalına sahiptir. Bu giriş modülleri sayesinde 51,2kHz'e kadar ses ve 5 ila 500Hz titreşim ölçümü yapabilme yeteneğine sahiptir. Şekil 3.17'da gösterilen analizörün ilk üç kanalına sırası ile ivme sensörünün x, y ve z doğrultu bağlantıları yapılmıştır. 4 numara ile tanımlana kanalına ise darbe çekici bağlanmıştır.



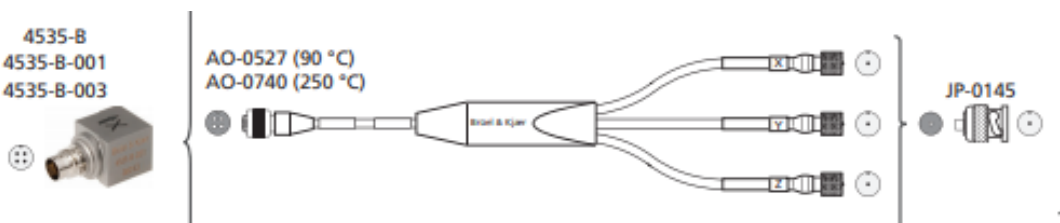
Şekil 3.15. Analizör



Şekil 3.16. Analizör girişleri

3.6.2. İvmeölçer

Titreşim datalarını toplamak için ölçümlerde kullanılan sensör 4535B ile tanımlı Şekil 3.17 de gösterilen ivmeölçerdir. Bu ivmeölçer 0.3 ila 10Khz geniş frekans aralığında ölçüm yapabilme kabiliyetine sahiptir. İvme ölçer üzerinde bir mıknatıs vardır. İvme ölçer mıknatıs vasıtası ile ölçümü yapılacak parçaya bağlanır. Bu durumda titreşimler ivme ölçerin üzerinde tanımlı doğrultularda ve ayrı ayrı kablolardan analiz programına aktarılır.



Şekil 3.17. İvmeölçer ve bağlantı elemanı

3.6.3. Darbe Çekici

Bir analizör yardımı ile frekans tepki fonksiyonu ölçümü için kullanılan Şekil 2.19’da gösterilen 8206-002 darbe çekiçleri 11.4mV/N voltaj hassasiyetine sahiptir. Çekiç ile 445N kadar güç uygulanmaktadır. Darbe çekicinin uç kısmında üç farklı malzeme kullanılmaktadır. Deneylede Alüminyum uç tercih edilmiştir. Plastik ve poliüretan uçlar metal olmayan cisimlere darbe uygulamak için tercih edilmektedir.

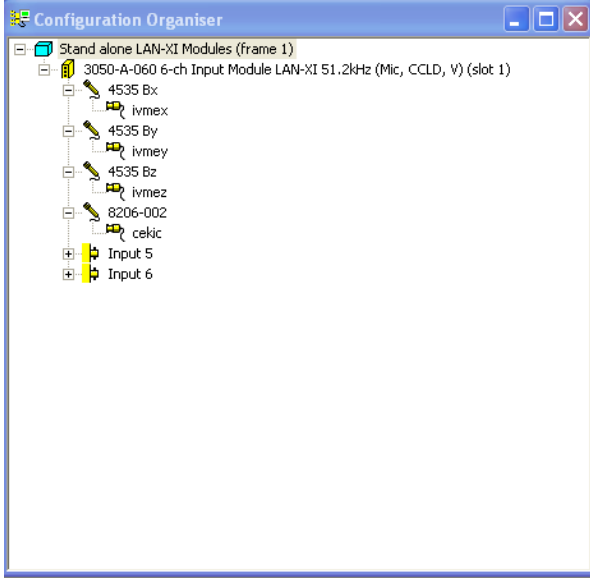


Şekil3.18. Darbe çekici

3.6.4. Ölçüm ve Analiz Programı Arayüzü

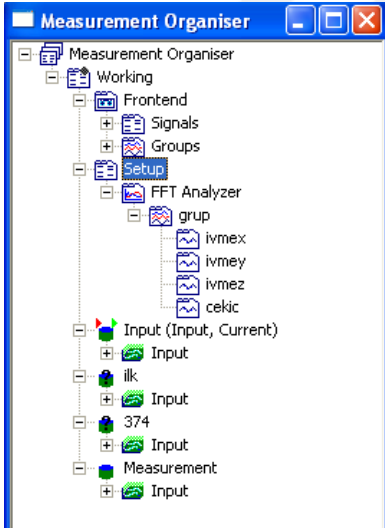
Titreşim analizinde kullanılan arayüz, Brüel & Kjaer’in pulse labshop version 17.0 yazılımıdır. Söz konusu yazılım içinde gürültü ve titreşim ölçümlerinin değişik kombinasyonları için ara yüz oluşturmak mümkündür.

Bu yazılım içinde tanımlanan ve Şekil 3.20’de gösterilen configuration organizer menüsünden öncelikle analizör (Tip 3050-A-060-ch) tanımlanır. Sonrasında analizörün altına fiziksel bağlantıları yapılmış olan donanımlar tanımlanır. İvme ölçerin (4535B) titreşim doğrultularının gösterilmesini sağlayan x, y ve z bağlantıları tanımlanır. Son olarak darbe çekici (8206-002) tanımlanarak yazılım ile donanım arasında bağlantı tamamlanmış olur. Analizörün sahip olduğu diğer iki kanal boş bırakılmıştır.



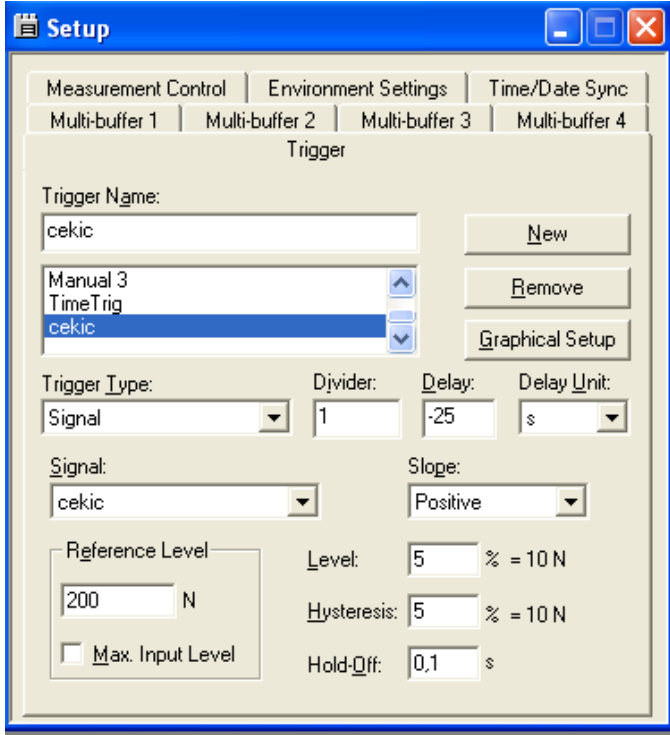
Şekil 3.19. Donanımın tanımlanması

Sonrasında Şekil 3.21’te gösterildiği gibi measurment organiser menüsünden setup menüsünün altında FFT analizi yapabilmemizi sağlayan FFT analizörü tanımlanmıştır. Bu menünün altında da etkiyi sağlayan donanım (darbe çekici) ve cevabı ölçmemizi sağlayan donanım (ivme sensörü x,y,z) eklenmiştir.



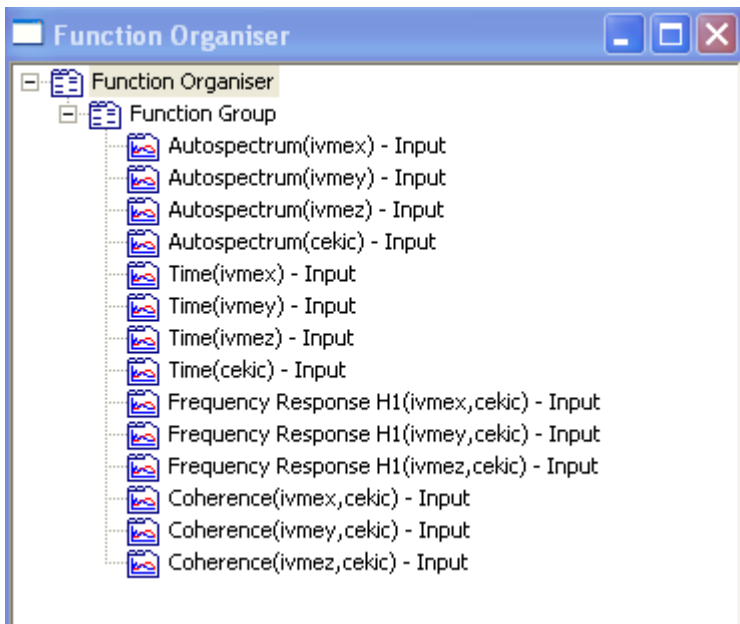
Şekil 3.20. FFT analizörünün tanımlanması

Ayrıca şekil 3.16’te gösterilen menüden setup menüsü içinde tanımlanan elemanlar ile ilgili düzenlemeler ve donanım özelliklerinin detay ayarları yapılır.



Şekil 3.21. FFT donanım özellikleri

Tüm bu donanım ve analizör tanımlamalarından sonra Function Organiser menüsünden Function Grup menüsünün altına ivme değerlerini frekans bazlı toplamak için kullanılan Autospectrumlar tanımlanır. Zamana bağlı değişkenlikleri görmek için time sekmeleri tanımlanır. Tepki cevap fonksiyonunu gözlemlemek için Frequency Responce H1 sekmeleri tanımlanır. Son olarak ölçüm doğruluğunu gözlemlemek için Coherence sekmesi tanımlanır. Böylece Şekil 3.23 ölçüm için arayüz tanımla faaliyetleri tamamlanmış olur.



Şekil 3.22. Ölçüm ara yüzlerinin belirlenmesi

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Bu çalışmada 9 pistonlu ve değişken deplasmanlı pistonlu pompa 4 adet kütle ve atalet elemanından oluşan 19 serbestlik dereceli bir titreşim modeli oluşturularak ele alınmıştır. Çalışmada üç tip pompa (EPP075101M, EPP045101M ve ECP045103M) incelenmiştir. İlk olarak pistonlu pompanın kinematik analizi ve akış pülzasyonu değerlendirilmiştir. Denklem (3.63) ile verilen özdeğer probleminin çözümünden doğal frekanslar elde edilmiş ve Denklem 3.96 ile verilen hareket denklemlerinin modal analiz yöntemiyle çözümünden mod şekilleri ve yer değiştirmeler elde edilmiştir. Çalışmada elde edilen grafiklerin tamamı matlab programında çizdirilmiştir.

Hema Endüstri A.Ş. tarafından üretilen üç değişik pistonlu pompa farklı hacimsel özelliklere sahiptir. EPP075 pistonlu pompa boyutları kabaca 220mm x 220mm x 185mm'dir. EPP045 pistonlu pompa ise 190mm x 145mm x 145mm'dir. ECP045 pistonlu pompa ise 170mm x 145mm x 130mm'dir.

EPP075, EPP045 ve ECP045 kodlu pistonlu pompalar için yapılan hidrolik hesaplamalar sonucu Çizelge 4.1'de gösterilen değerlere ulaşılmıştır.

Çizelge 4.1. Pistonlu pompa çalışma parametreleri

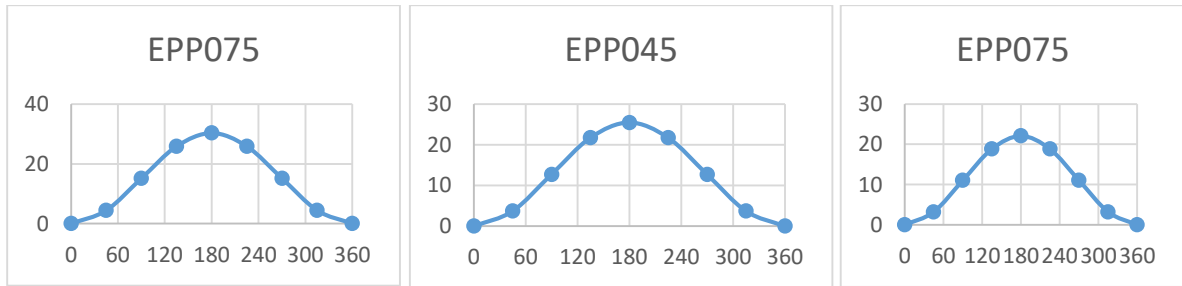
Tasarım Parametresi	Birim	EPP075	EPP045	ECP045
Emiş portu	mm	Ø60	Ø38	Ø32
Basınç portu	mm	Ø33	Ø25	Ø19
Max. çalışma devri	dev/dak.	2200	2700	2700
Max. çalışma basıncı	bar	280	250	250
Min. emiş basıncı	bar	-0,2	0,2	0,2
Minimum hidrolik verim	%	94	95	95
Minimum mekanik verim	%	85	87	87
Minimum toplam verim	%	80	82,5	82,5
Basınç dalgalanması	bar	0,2	0,15	0,15

İncelenen pistonlu pompalar farklı kütlelere sahiptir. Ref. 3 olarak incelenen pompanın kütlesi 32.96kg, EPP075 pompanın toplam kütlesi 35.9 kg, EPP045pompanın kütlesi 18,23 ve ECP045 pompanın toplam kütlesi ise 14,42kg'dır.

Pompanın yer değiştirmesi eğim plakasının belirli bir açısında piston strokunun bir fonksiyonudur. Eğim plakasının Maksimum $20,5^\circ$ konumunda iken denklem 3.22'nin çözümünden elde edilen piston stroku değerleri izelge 4.2 ve Şekil 4.1'de verilmektedir.

Çizelge 4.2 Eğim plakası açısı $20,5^\circ$ iken elde edilen piston stroku değerleri

Dönme Açısı (θ)°	EPP075	EPP045	ECP045
0	0	0	0
45	4,4351	3,7233	3,2327
90	15,1421	12,7119	11,0369
135	25,8491	21,7005	18,8412
180	30,2843	25,4238	22,0739
225	25,8476	21,6992	18,8401
270	15,1421	12,7119	11,0369
315	4,4366	3,7246	3,2338
360	0	0	0



(a) EPP075

(b) EPP045

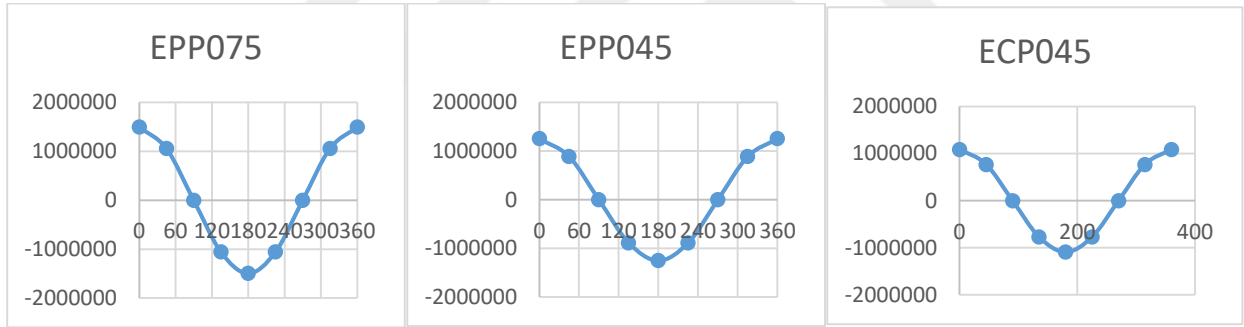
(c) ECP045

Şekil 4.1 Eğim plakası açısı $\delta=20,5$ iken elde edilen piston stroku (m)grafikleri

Benzer Şekilde $w=3000$ dev/dak sabit hızında Denklem 3.15'in ve Denklem 3.17'ın çözümüyle elde edilen hız ve ivme sonuçları izelge 4.3 ve izelge 4.3'te ile Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'te verilmektedir.

Çizelge 4.3 Eğim plakası açısı 20.5° ve $w=3000\text{dev/dak}$ sabit hızında çalışan pompa için elde edilen piston hızı değerleri

Piston Hızı	EPP075	EPP045	ECP045
0	4757,055	3993,577	3467,364
45	3363,713	2823,858	2451,773
90	0	0	0
135	-3363,71	-2823,86	-2451,77
180	-4757,05	-3993,58	-3467,36
225	-3363,24	-2823,46	-2451,43
270	0	0	0
315	3363,238	2823,459	2451,427
360	4757,055	3993,577	3467,364



(a) EPP075

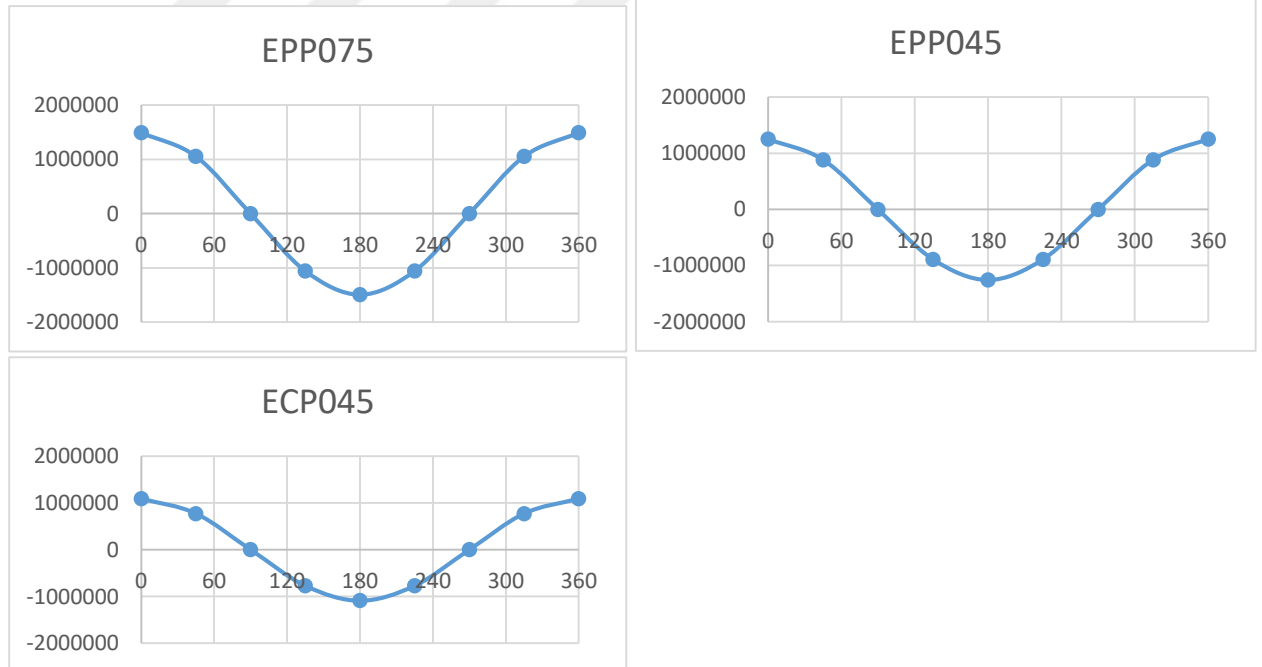
(b) EPP045

(c) ECP045

Şekil 4.2 Eğim plakası açısı 20.5° ve $w=3000\text{dev/dak}$ sabit hızında çalışan pompa için elde edilen piston hızı grafikleri

Çizelge 4.4 Eğim plakası açısı 20.5° ve $w=3000\text{dev/dak}$ sabit hızında çalışan pompa için elde edilen piston ivmesi değerleri

Piston İvmesi (mm/s^2)	EPP075	EPP045	ECP045
0	1494476	1254622	1089307
45	1056744	887143,3	770249,1
90	0	0	0
135	-1056744	-887143	-770249
180	1494476	1254622	1089307
225	-1056595	-887018	-770140
270	0	0	0
315	1056595	887017,8	770140,2
360	1494476	1254622	1089307



Şekil 4.3 Eğim plakası açısı 20.5° ve $w=3000\text{dev/dak}$ sabit hızında çalışan pompa için elde edilen piston ivmesi

Çalışmada incelenen pompaların matematik modelinde tanımlanan kütle ve atalet elemanlarının kütleleri ve kütleli atalet momentleri Çizelge 4.5'te yay elemanlarının yay sabitleri Çizelge 4.6'da, sönümleme elemanları Çizelge 4,7'de boyutsal ölçüler ise Çizelge 4.8'de verilmektedir.

Çizelge 4.5 Kütle ve atalet elemanları

Kütle ve Atalet Elemanları	Eleman Adı	Sembol	Birim	Ref3	Hema 75	EPP045	ECP045
Sabit Parçalar	Gövde + Eğim Plakası	M_F	kg	15,1	18,5945	9,653	7,62
		I_{Fx}	kg/m ²	$8,69 \times 10^{-2}$	$10,0983 \times 10^{-2}$	$3,971 \times 10^{-2}$	$2,3444 \times 10^{-2}$
		I_{Fy}	kg/m ²	$8,16 \times 10^{-2}$	$12,1773 \times 10^{-2}$	$4,054 \times 10^{-2}$	$2,647 \times 10^{-2}$
		I_{Fz}	kg/m ²			$3,506 \times 10^{-2}$	$2,691 \times 10^{-2}$
	Kapak + Kontrol Plakası	M_{ec}	kg	11,1	11,484	5,106	4,415
		I_{ecx}	kg/m ²	$2,86 \times 10^{-2}$	$3,499 \times 10^{-2}$	$1,437 \times 10^{-2}$	$3,929 \times 10^{-3}$
		I_{ecy}	kg/m ²	$3,77 \times 10^{-2}$	$3,9305 \times 10^{-2}$	$1,596 \times 10^{-2}$	$4,269 \times 10^{-3}$
		I_{ecz}	kg/m ²			$7,467 \times 10^{-3}$	$7,483 \times 10^{-3}$
Dönen ve Ötelenen Parçalar	Piston Halkası +Piston + Piston Pabucu	M_P	kg	1,12	1,2138	0,7505	0,567
		I_{Px}	kg/m ²	$1,65 \times 10^{-3}$	$1,6813 \times 10^{-3}$	$7,5619 \times 10^{-4}$	$4,087 \times 10^{-4}$
		I_{Py}	kg/m ²	$1,63 \times 10^{-3}$	$1,6813 \times 10^{-3}$	$7,5619 \times 10^{-4}$	$4,087 \times 10^{-4}$
		I_{Pz}	kg/m ²			$9,5486 \times 10^{-4}$	$5,583 \times 10^{-4}$
Dönen Parçalar	Şaft +Piston Yuvası	M_C	kg	5,64	4,6159	2,819	1,815
		I_{Cx}	kg/m ²	$2,22 \times 10^{-2}$	1,3809	$5,592 \times 10^{-3}$	$2,962 \times 10^{-3}$
		I_{Cy}	kg/m ²	$2,22 \times 10^{-2}$	1,3809	$5,592 \times 10^{-3}$	$2,962 \times 10^{-3}$
		I_{Cz}	kg/m ²			$2,671 \times 10^{-2}$	$1,445 \times 10^{-3}$
Toplam Kütle		kg	kg	32,96	35,908	18,328	14,417

Çizelge 4.6 Yay elemanları yay sabitleri

Yay Elemanı	Sembol	Ref.3 ve EPP075				EPP045 ve ECP045			
		K _x (N/m)	K _y (N/m)	K _z (N/m)	K (N/m)	K _x (N/m)	K _y (N/m)	K _z (N/m)	K (N/m)
Cıvata-1	K _{BO1}	6,5.10 ⁷	6,5.10 ⁷	2,3.10 ⁸		2,22.10 ⁷	2,22.10 ⁷	1,67.10 ⁸	
Cıvata-2	K _{BO2}	6,5.10 ⁷	6,5.10 ⁷	2,3.10 ⁸		2,22.10 ⁷	2,22.10 ⁷	1,67.10 ⁸	
Rulman-1	K _{sh1}	4,76.10 ⁶	4,76.10 ⁶			5,23.10 ⁶	5,23.10 ⁶		
Rulman-2	K _{sh2}	5,23.10 ⁶	5,23.10 ⁶			5,23.10 ⁶	5,23.10 ⁶		
Basınç Yayı	K _p				29,1.10 ³				24,3.10 ³
Pistonlu pompa ve eğim plakası ara yüzeyi	K _{sw}				4,3.10 ⁷				4,3.10 ⁷
Piston ve piston yatağı ara yüzeyi	K _h				1,2.10 ⁷				1,2.10 ⁷
Silindir ve kontrol plakası ara yüzeyi	K _v				2,45.10 ⁸				2,45.10 ⁸

Çizelge 4.7 Sönümleme elemanları sönüm katsayıları

Sönümleme Elemanı	Sembol	C _x (N.sn/m)	C _y (N.sn/m)	C _z (N.sn/m)	C (N.sn/m)
Rulman-1	C _{sh1}	4,76.10 ⁴	4,76.10 ⁴		
Rulman-2	C _{sh2}	5,24.10 ⁴	5,24.10 ⁴		
Piston pabucu ve eğim plakası ara yüzeyi	C _{sw}				1,8.10 ⁶
Piston ve piston yatağı ara yüzeyi	C _H				3,4.10 ⁴
silindir ve valf plakası aya yüzeyi	C _v				3,4.10 ⁵

Çizelge 4.8 Boyutsal ölçüler

Sembol (mm)	Ref 3	Hema 75cc	EPP045	ECP045
LFP		34,75	23,65	16,67
LF1	50,4	47,7	41,03	40,06
LF2	111,9	110,25	80,15	76,5
LF3	69,7	66,95	59,35	56,11
LF4	107,1	109,05	89,65	77,65
LC1	84,97	79,85	81,68	68,275
LC2	77,28	75,5	47,82	48,3
LEC1	30,61	27,3	20,104	10,3
LEC2	25,95	26,1	21,28	10,73
R	40,05	40,5	34	29,52
RV	40,05	40,5	34	29,52
Lb1	63,99	63,993	0	0
Lb2	60,46	63,993	39,5	46,6
Lm1	63,99	63,993	73	73
Lm2	60,46	63,993	59,5	46,6
d	20	20,638	17	17

Denklem (3.63) ile verilen özdeğer probleminin çözümünden elde edilen ilk 10 doğal frekans değeri Çizelge 4.9 ve Çizelge 4.10'te verilmiştir.

Çizelge 4.9 Pistonlu pompa çizgisel frekans f_n sonuçları

No	f_n (Hz)			
	Ref.3	EPP075	EPP045	ECP045
1	207,0605	227,6319	257,8543	300,1189
2	209,0016	229,6524	300,3188	373,8208
3	322,9663	302,2117	336,8827	404,4869
4	340,9877	323,7262	553,0826	611,0752
5	449,5671	434,1428	552,6261	637,7072
6	573,8648	554,4145	671,668	758,9527
7	883,8551	952,0491	1085,7185	1247,6197
8	1073,884	1172,2176	1324,4462	1623,4411
9	1355,9503	1212,494	1435,4467	1966,0888
10	1811,8631	1751,9579	2126,5647	2425,6801

Çizelge 4.10 Pistonlu pompa açısal frekans w_n sonuçları

No	w_n (rad/sn)			
	Ref.3	EPP075	EPP045	ECP045
1	1300,3399	1429,5283	1619,325	1884,7467
2	1312,53	1442,2171	1886,0021	2347,5946
3	2028,2284	1897,8895	2115,6234	2540,1777
4	2141,4028	2033,0005	3473,3587	3837,5523
5	2823,2814	2726,4168	3470,4919	4004,8012
6	3603,8709	3481,7231	4218,075	4766,223
7	5550,61	5978,8683	6818,3122	7835,0517
8	6743,9915	7361,5265	8317,5221	10195,21
9	8515,3679	7614,4623	9014,6053	12347,038
10	11378,5	11002,296	13354,826	15233,271

Çok serbestlik dereceli bir sistemin doğal frekansları sönümsüz titreşimlerin doğan olduğu frekanslardır. Sistemin konumu hareket esnasında şeklini değiştirmez fakat genlikleri değişir. Sistemin konumu sistemin mod şekli olarak bilinir.

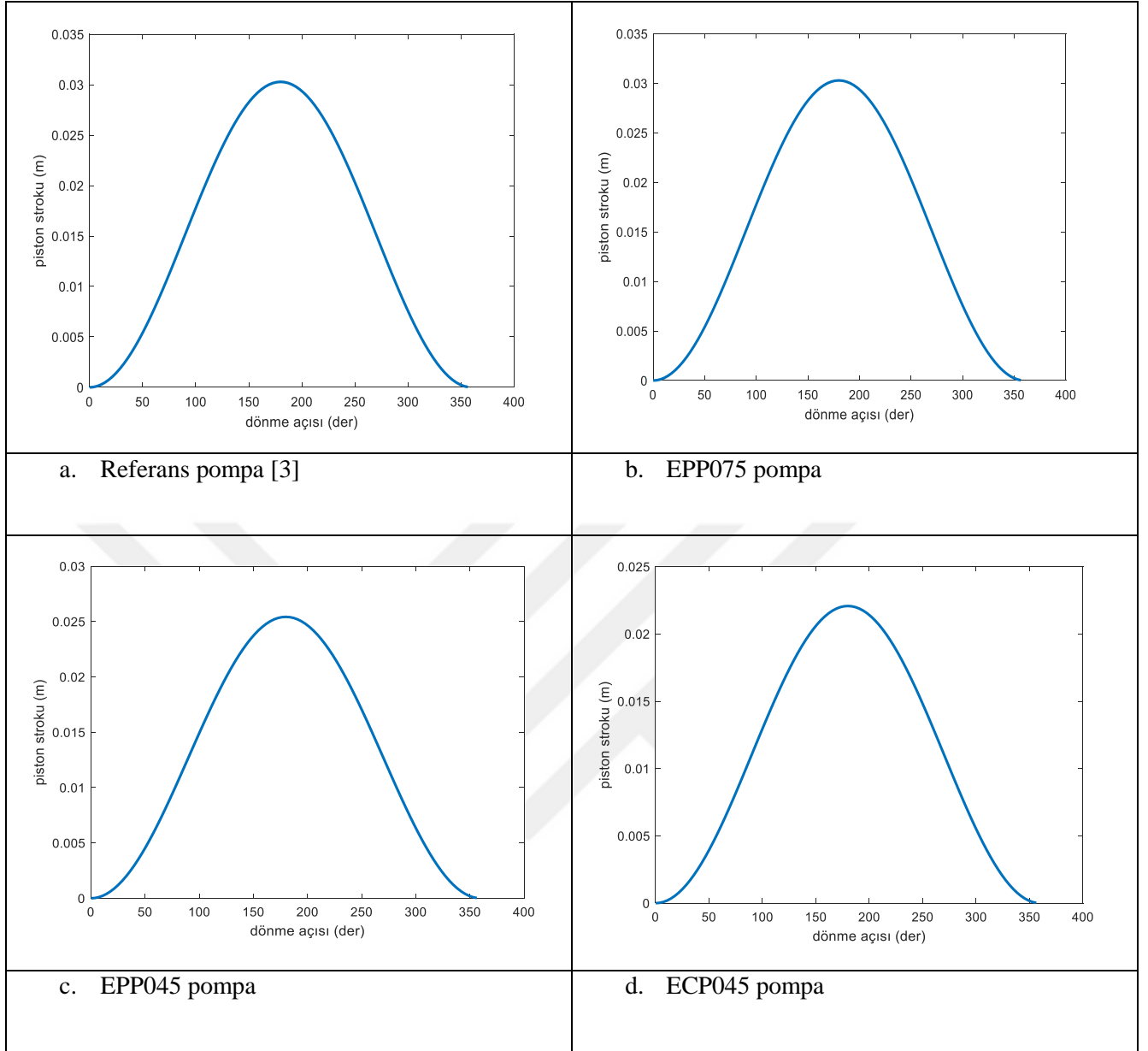
Şekil 4.4 Şekil 4.5, Şekil 4.6 ve Şekil 4.7 sırası ile dönme açısına göre piston stroğu, piston hızı ve piston ivmesi gösterilmiştir.

Düğüm noktaları, sistemin doğal frekanslarından birinde titreşirken sistemdeki sıfır yer değiştirmeye sahip noktalarıdır. Bu noktalar mod şekillerinden belirlenebilir. Her bir frekans için çizilmiş mod şekilleri Şekil 4.15 -4.24 ile verilmektedir. Birinci mod şekli için mod şekilleri diyagramı incelendiğinde genellikler x ekseni etrafında dört pompa için negatif yer değiştirmeler görülmektedir.

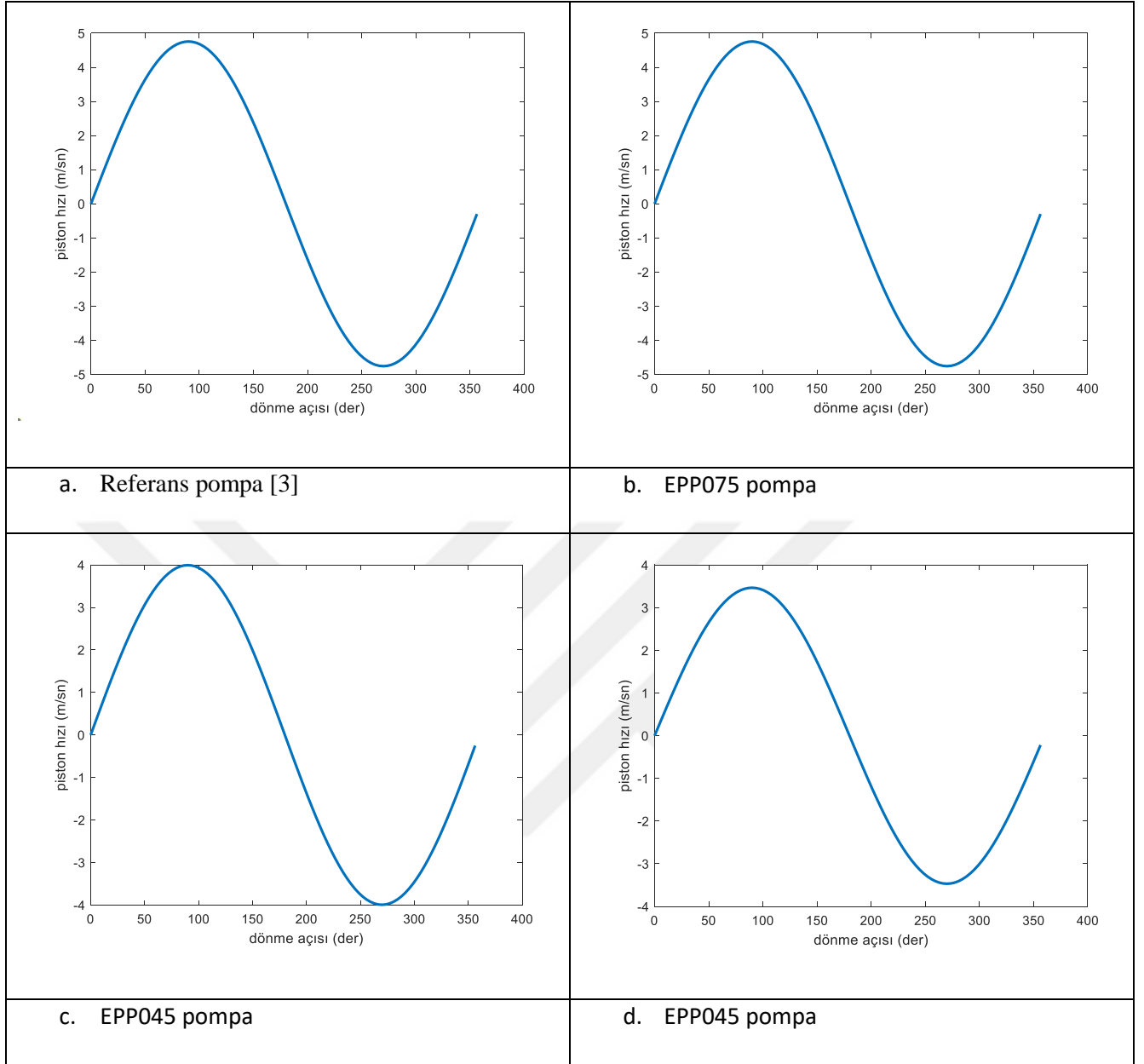
Ref 3. Pompa ve EPP075 pompaların birinci modu dört düğüme ve EPP045 ve ECP045 kodlu pompaların birinci modu beş düğüme sahiptir.

İkinci mod şeklinde incelenen pompalarda negatif yer değiştirmelerin Ref 3 pompa, EPP045 ve ECP045 kodlu pompaların genellikle Y ekseni etrafında olduğu, EPP075 kodlu pompanın X ekseni etrafında olduğu ve Ref .3 pompa ile EPP075 kodlu pompanın birbirine göre tam tersi yönlerde bir davranış gösterdiği görülmektedir.

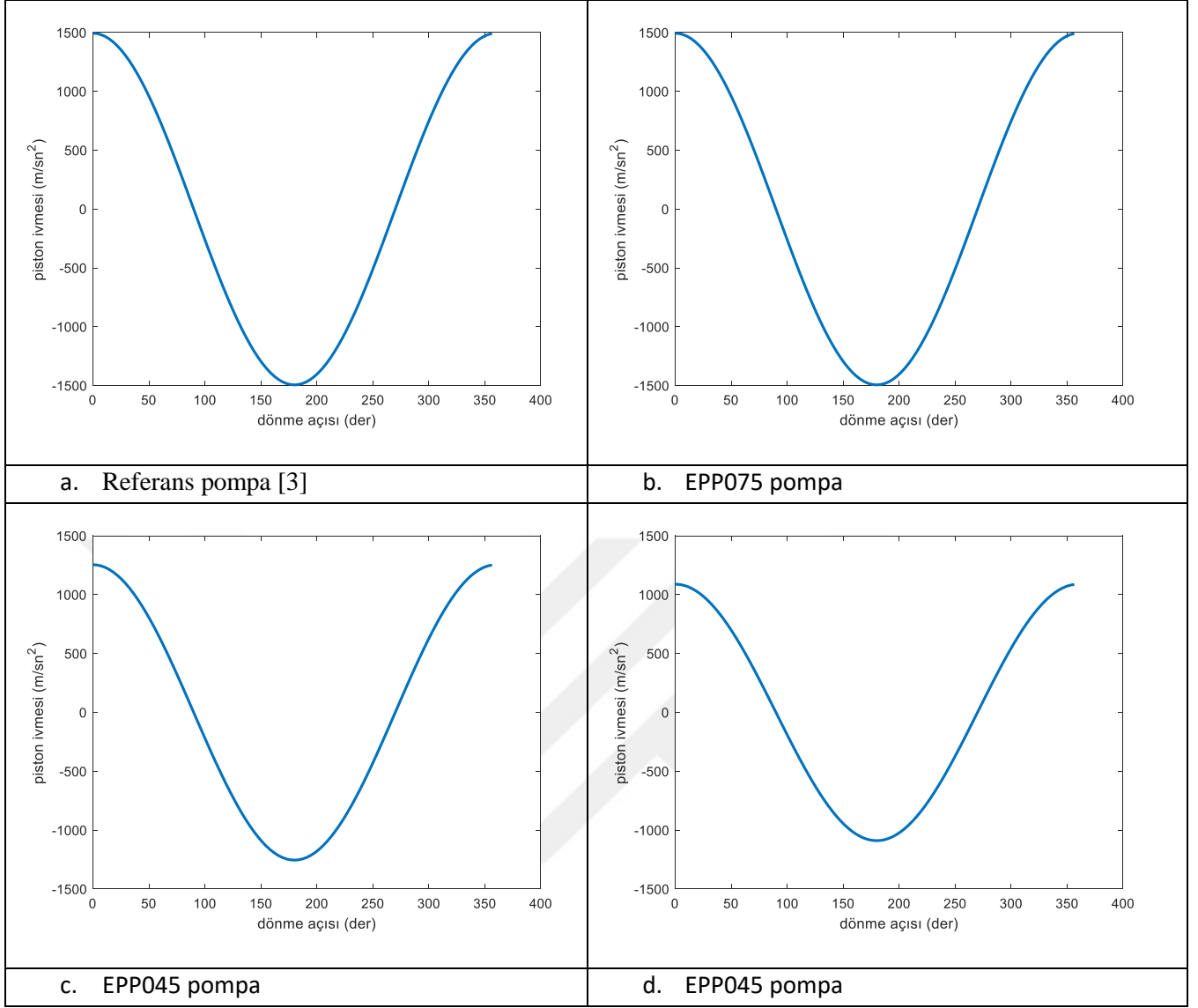
Ref.3 pompa ve EPP075 kodlu pompanın ikinci modu iki düğüme, EPP045 ve kodlu pompanın ikinci modu beş düğüme ve ECP045 kodlu pompanın ikinci modu dokuz düğüme sahiptir. Diğer mod şekilleri incelendiğinde de negatif yer değiştirmelerin y ekseni etrafında olduğu görülmektedir.



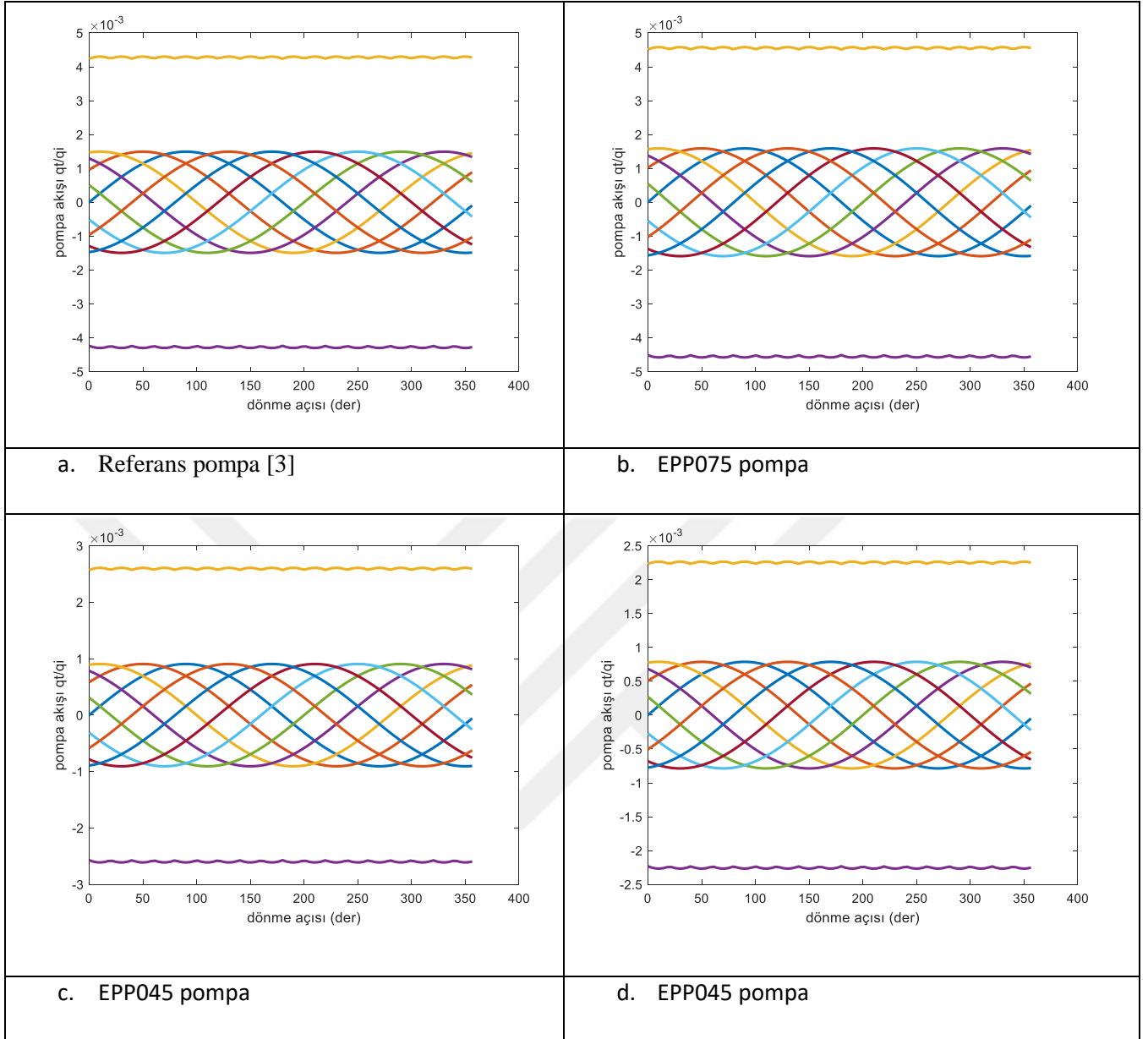
Şekil 4.4 Piston stroğu ve dönme açısı grafikleri



Şekil 4.5 piston hızı ve dönme açısı grafikleri

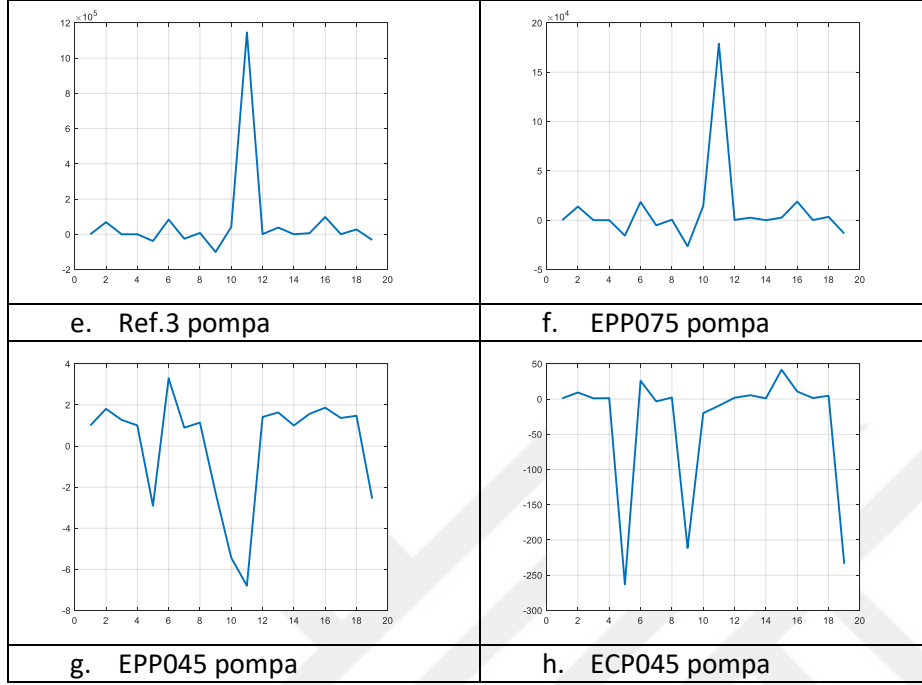


Şekil 4.6 Piston ivmesi ve dönme açısı grafikleri

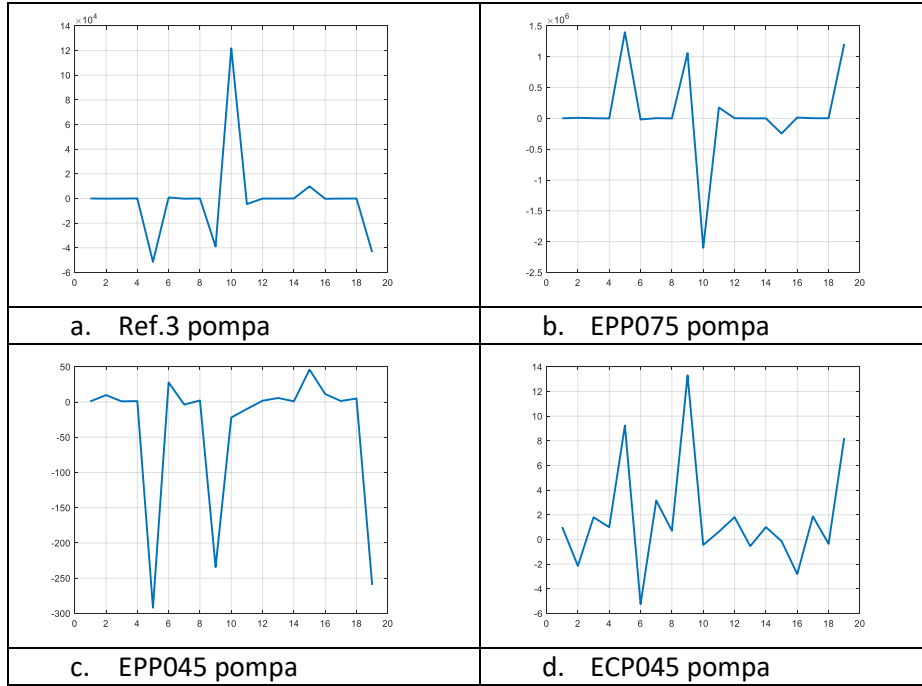


Şekil 4.7 Piston akışı ve dönme açısı grafikleri

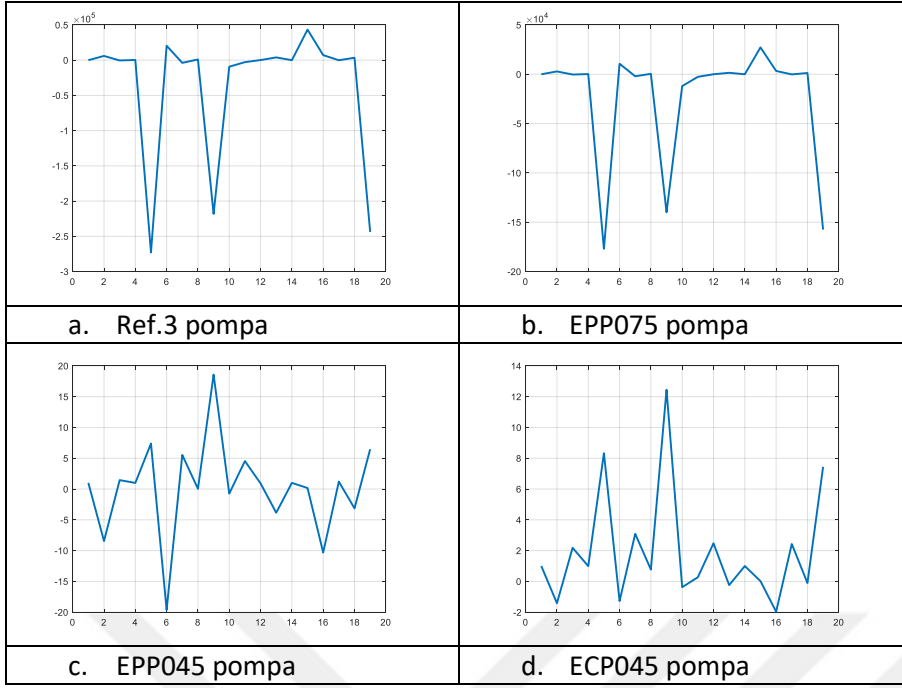
Denklem (3.63) İle verilen denkleminin modal analiz yöntemiyle çözümünden elde edilen Referans pompa [3], EPP075, EPP045 ve ECP045 kodlu pompalara ait mod şekilleri Şekil 4.8 -4.17 ve yer değiştirmeler Şekil 4.18 -4.28'te verilmektedir.



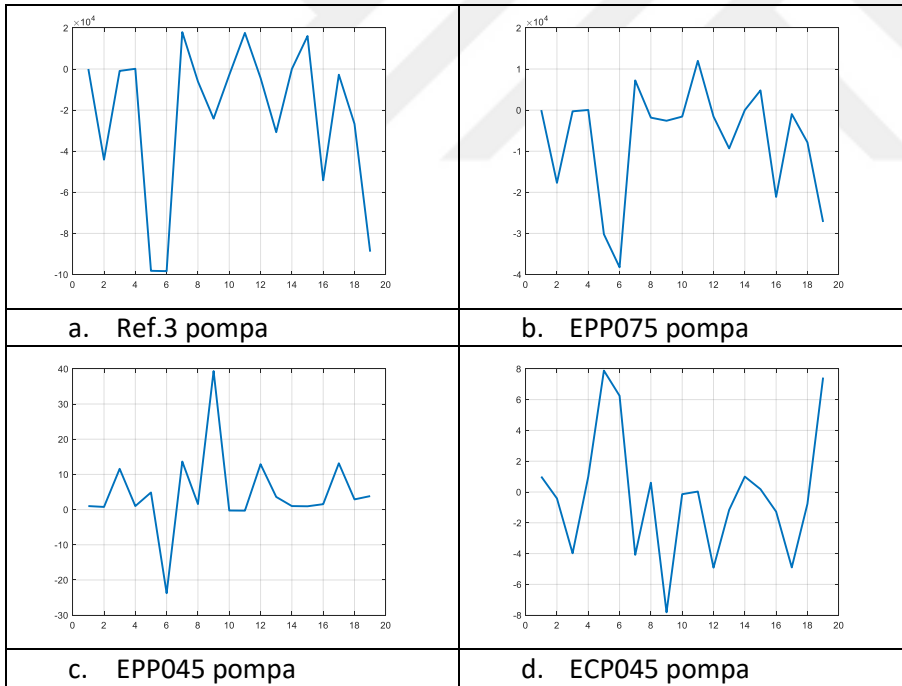
Şekil 4.8 İlk frekans için mod şekli



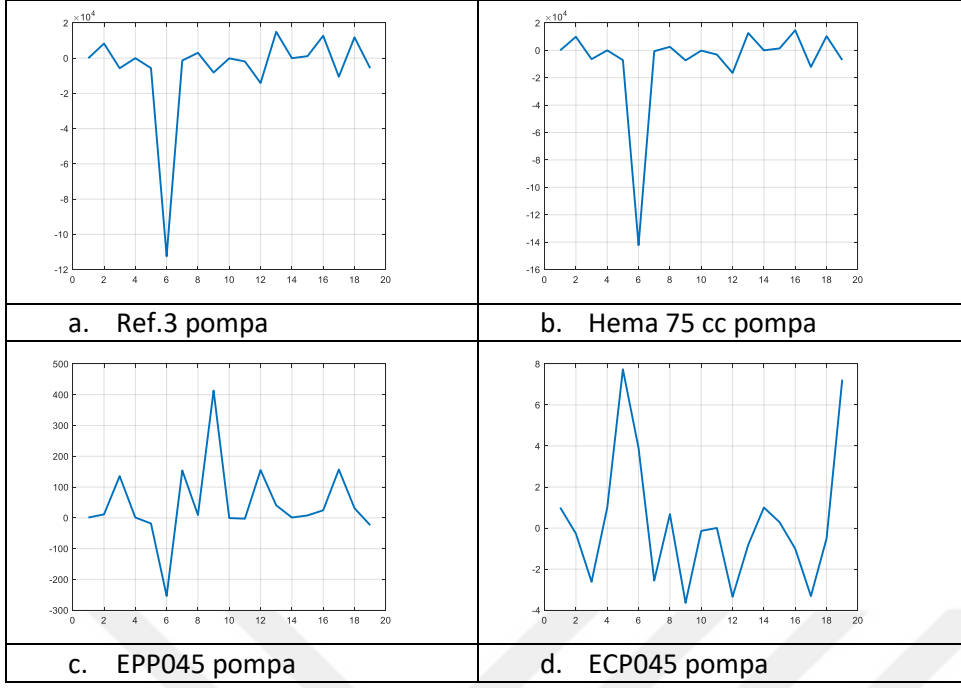
Şekil 4.9 2. frekans için mod şekli



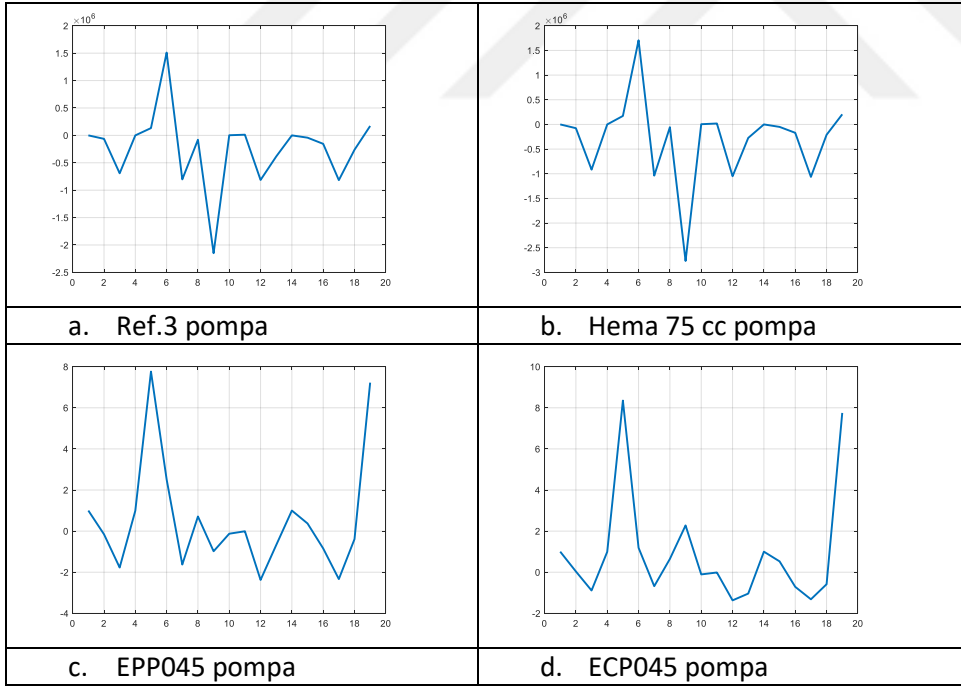
Şekil 4.10 3. frekans için mod şekli



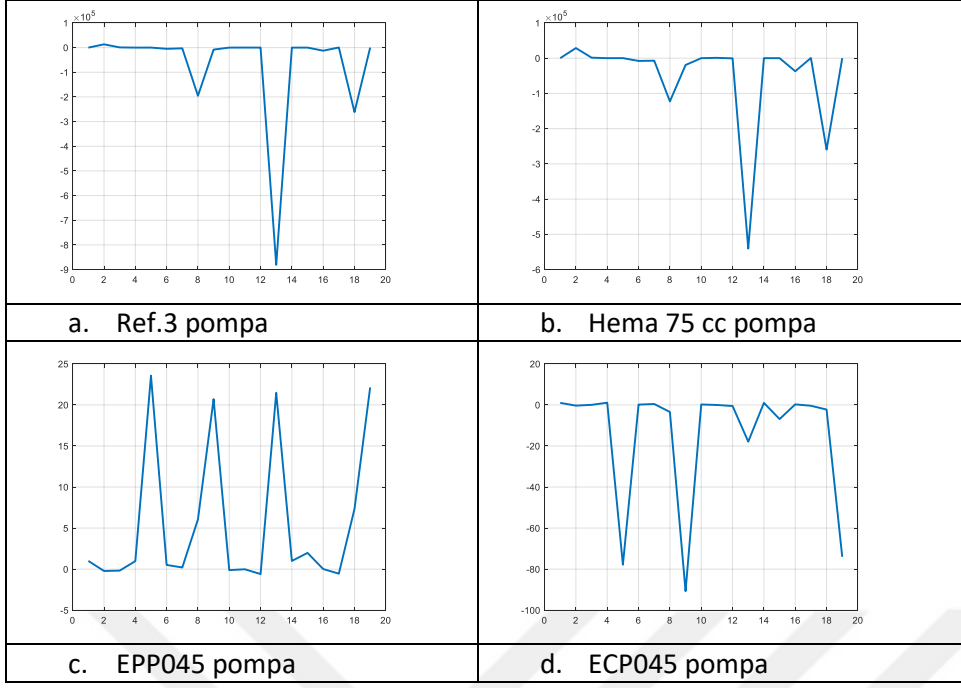
Şekil 4.11 4. frekans için mod şekli



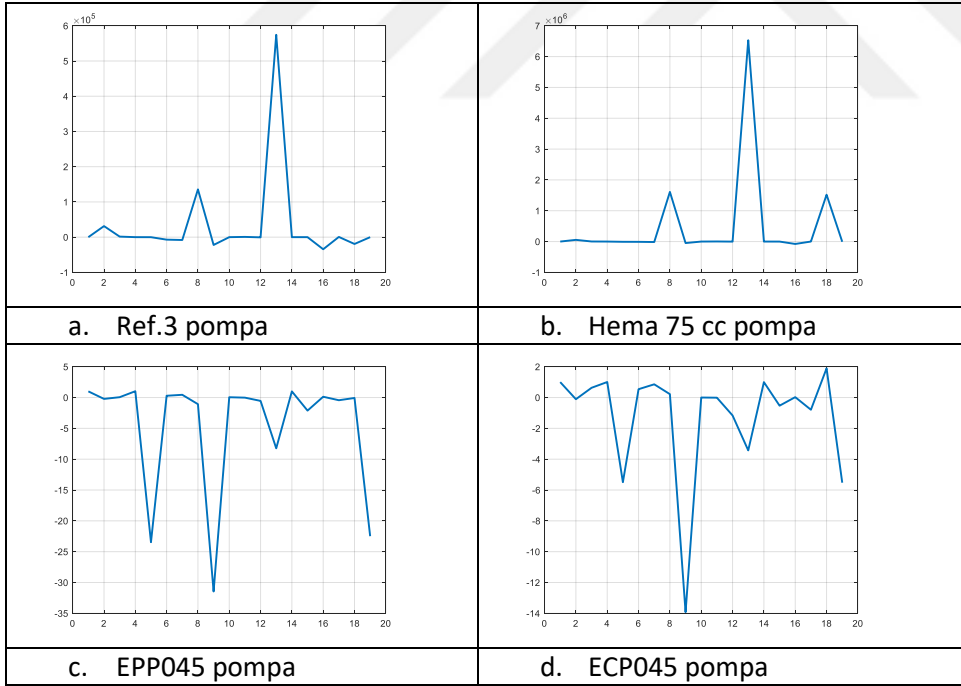
Şekil 4.12 5. frekans için mod şekli



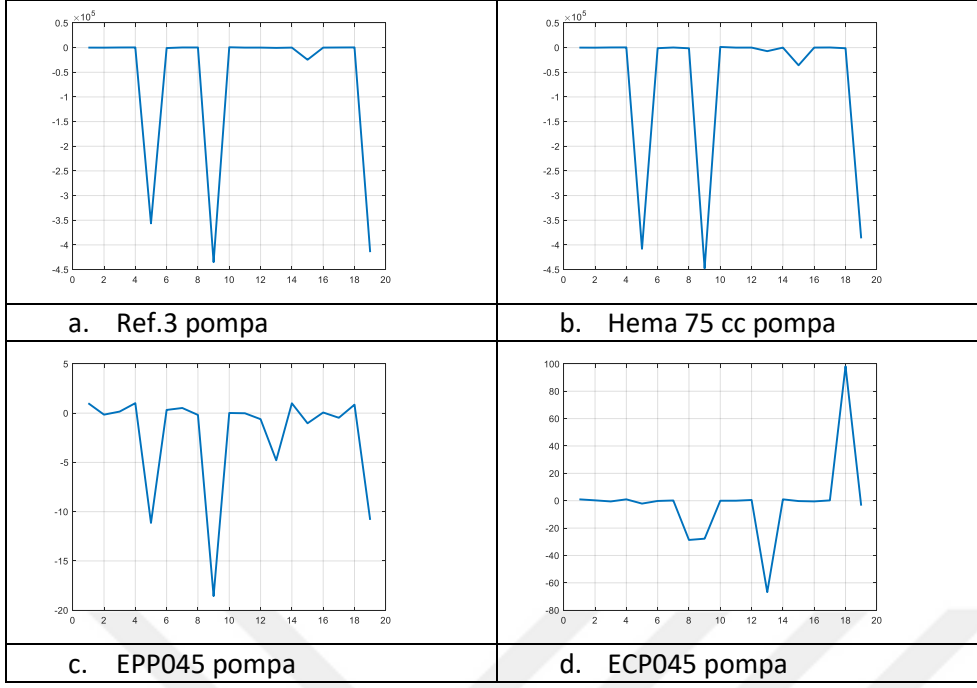
Şekil 4.13 6 frekans için mod şekli



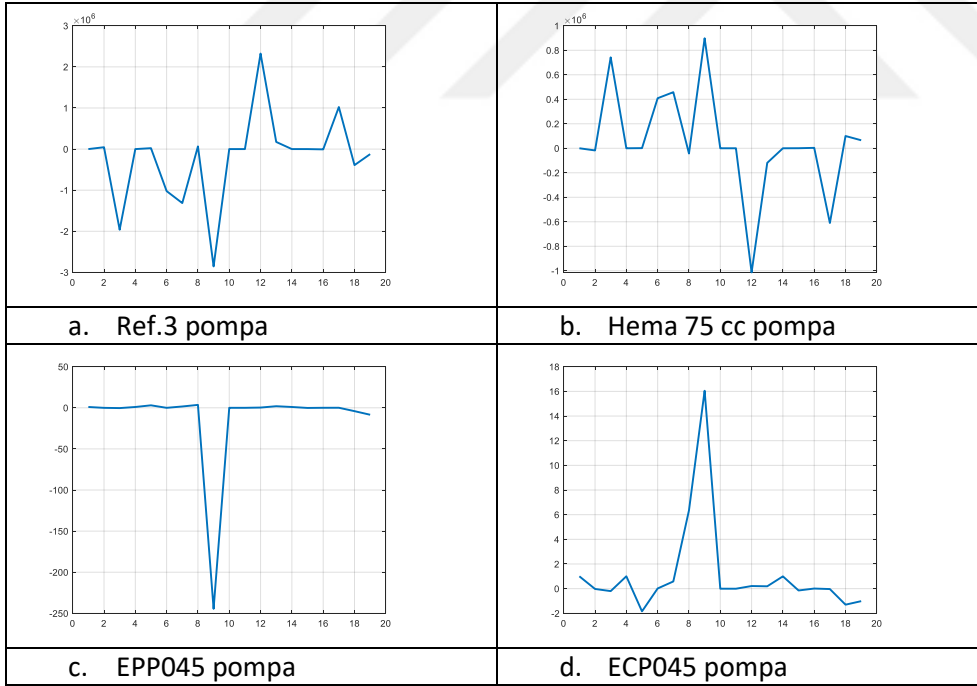
Şekil 4.14 7. frekans için mod şekli



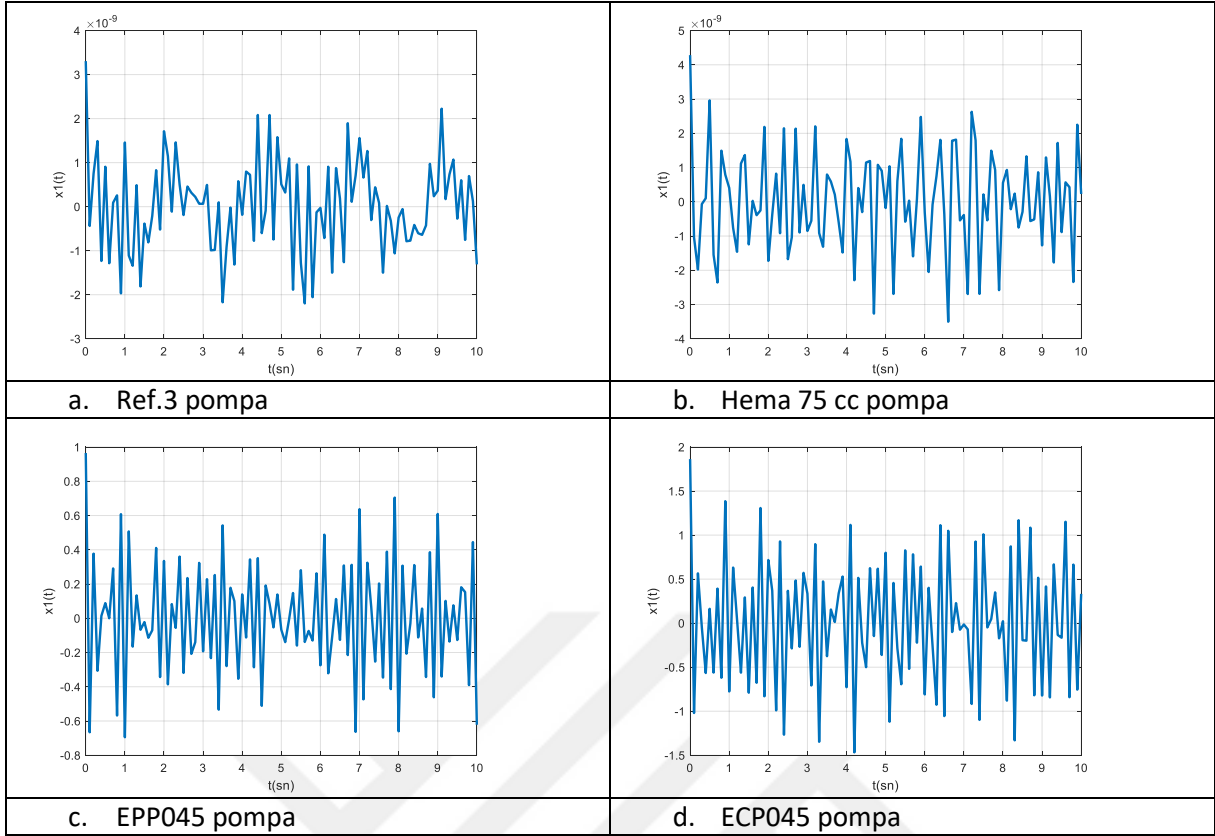
Şekil 4.15 8. frekans için mod şekli



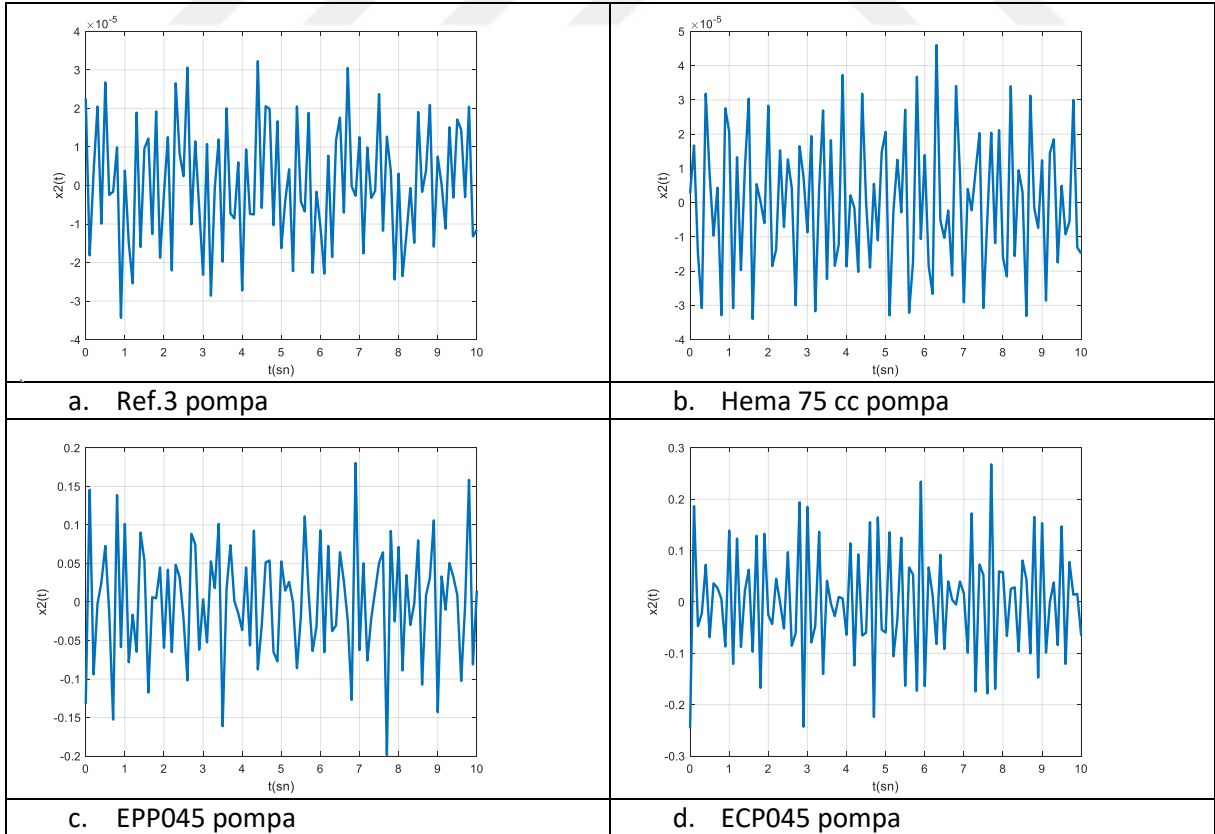
Şekil 4.16 9. frekans için mod şekli



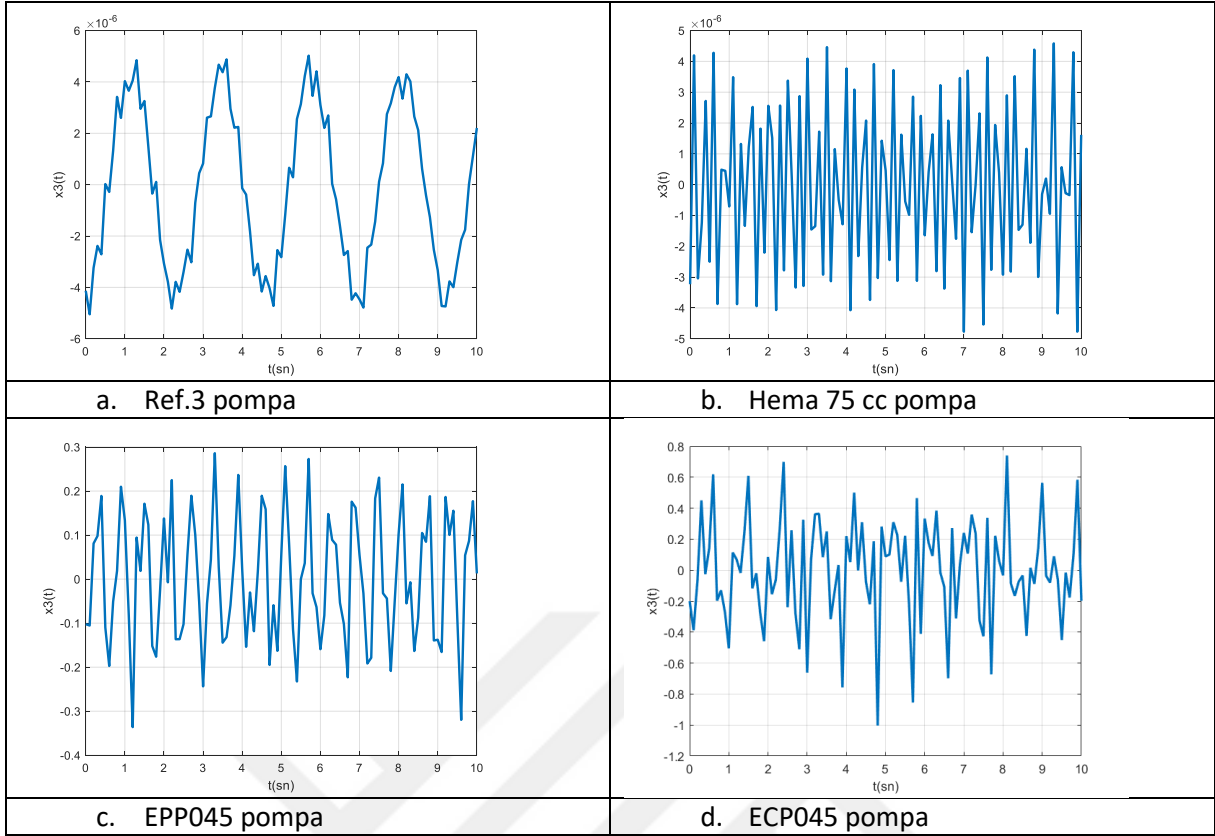
Şekil 4.17 10. frekans için mod şekli



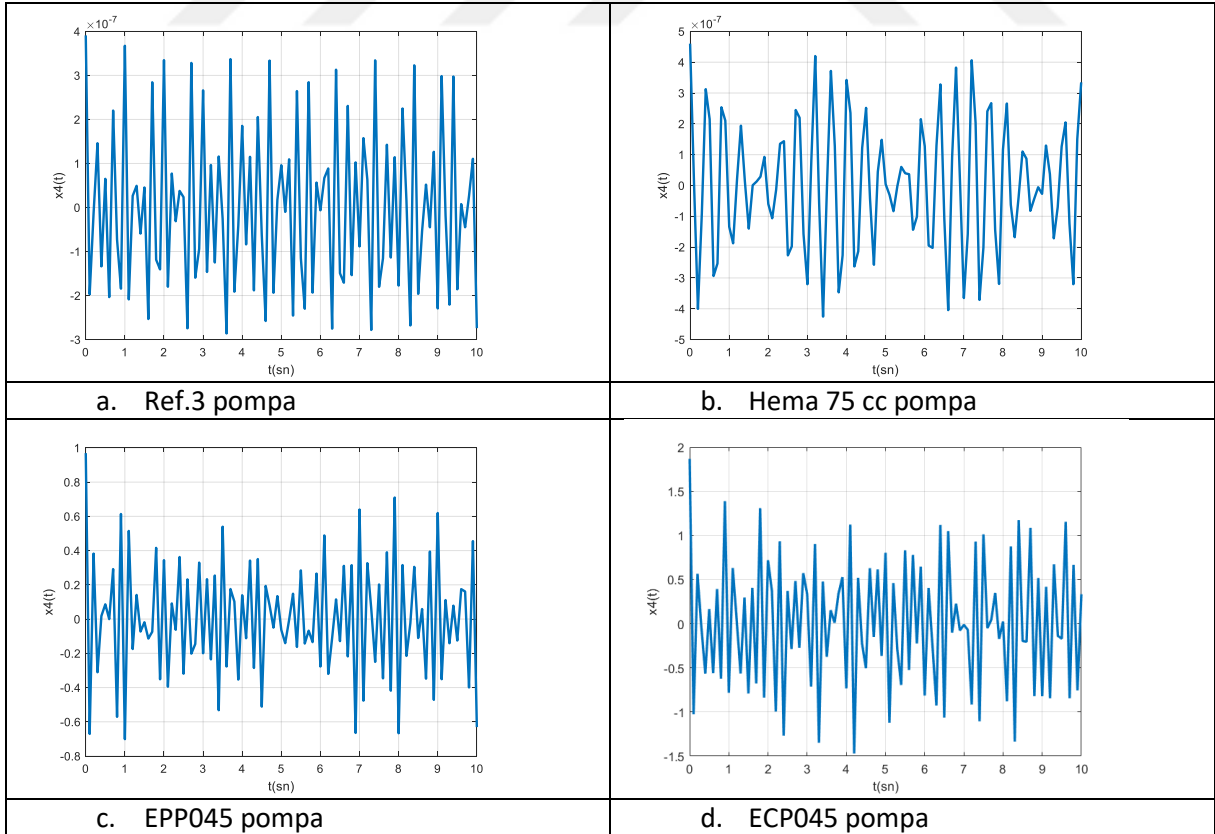
Şekil 4.18 1. frekans için yer değiştirmeler



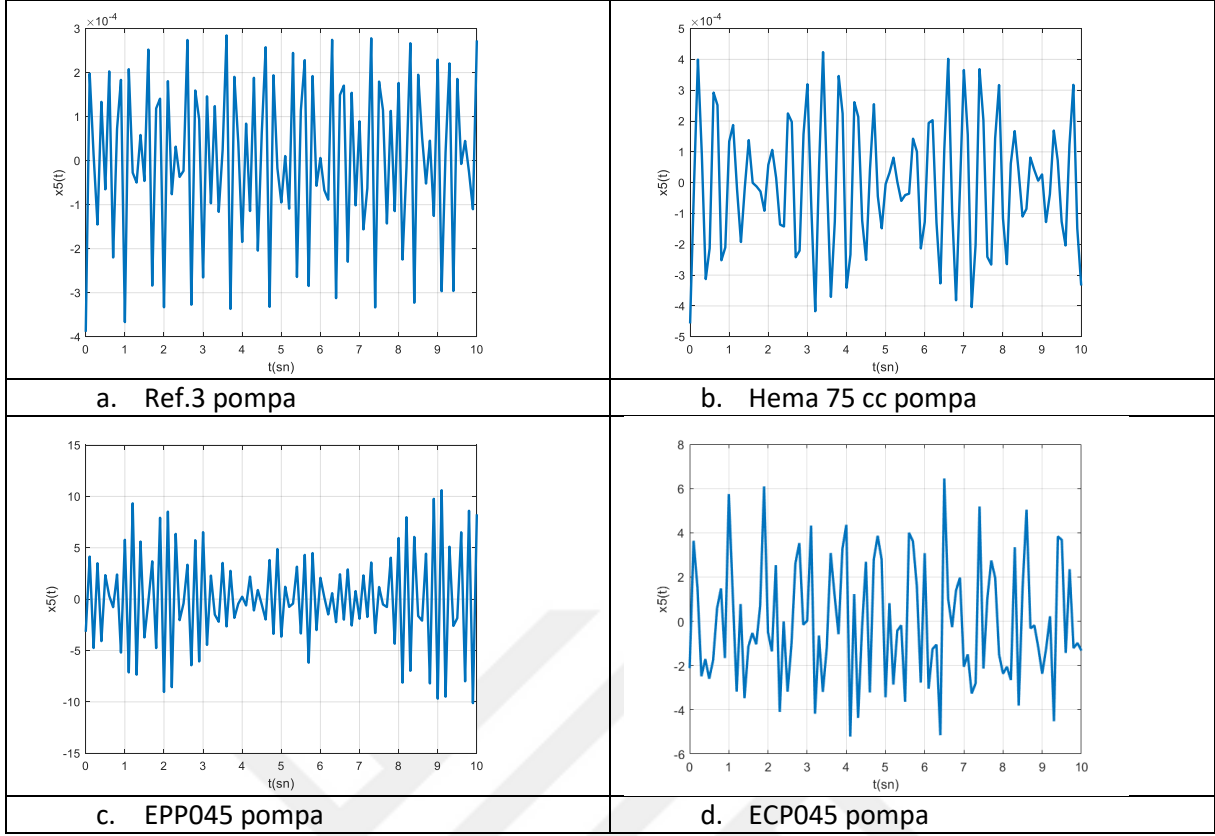
Şekil 4.19 2. frekans için yer değiştirmeler



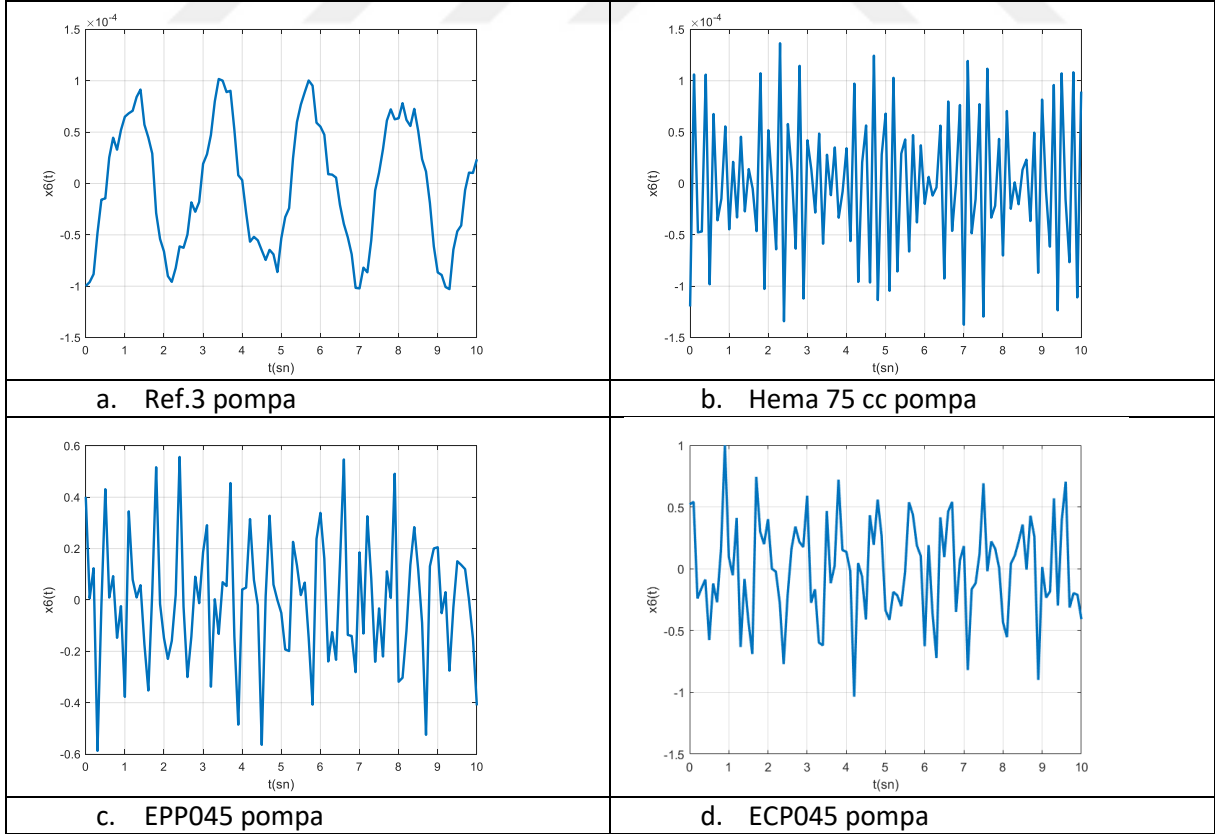
Şekil 4.20 3. frekans için yer değiştirmeler



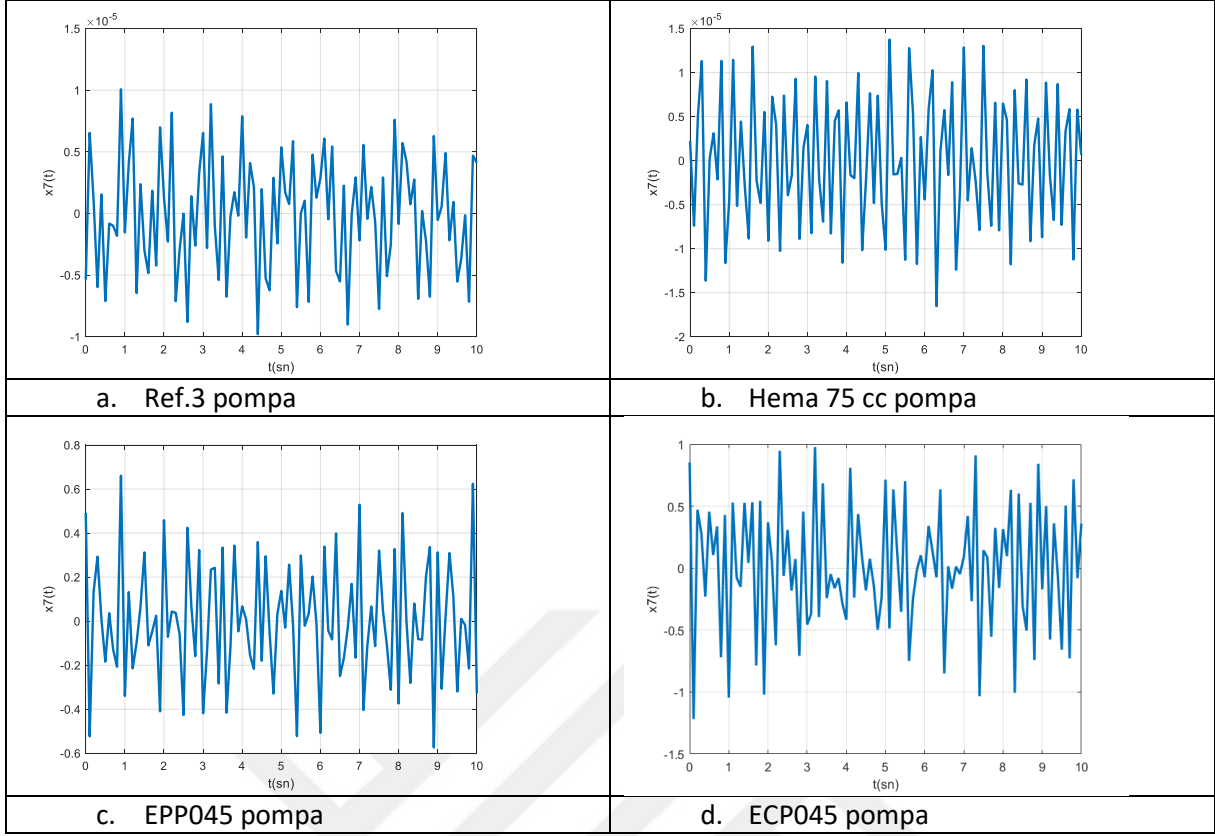
Şekil 4.21 4. frekans için yer değiştirmeler



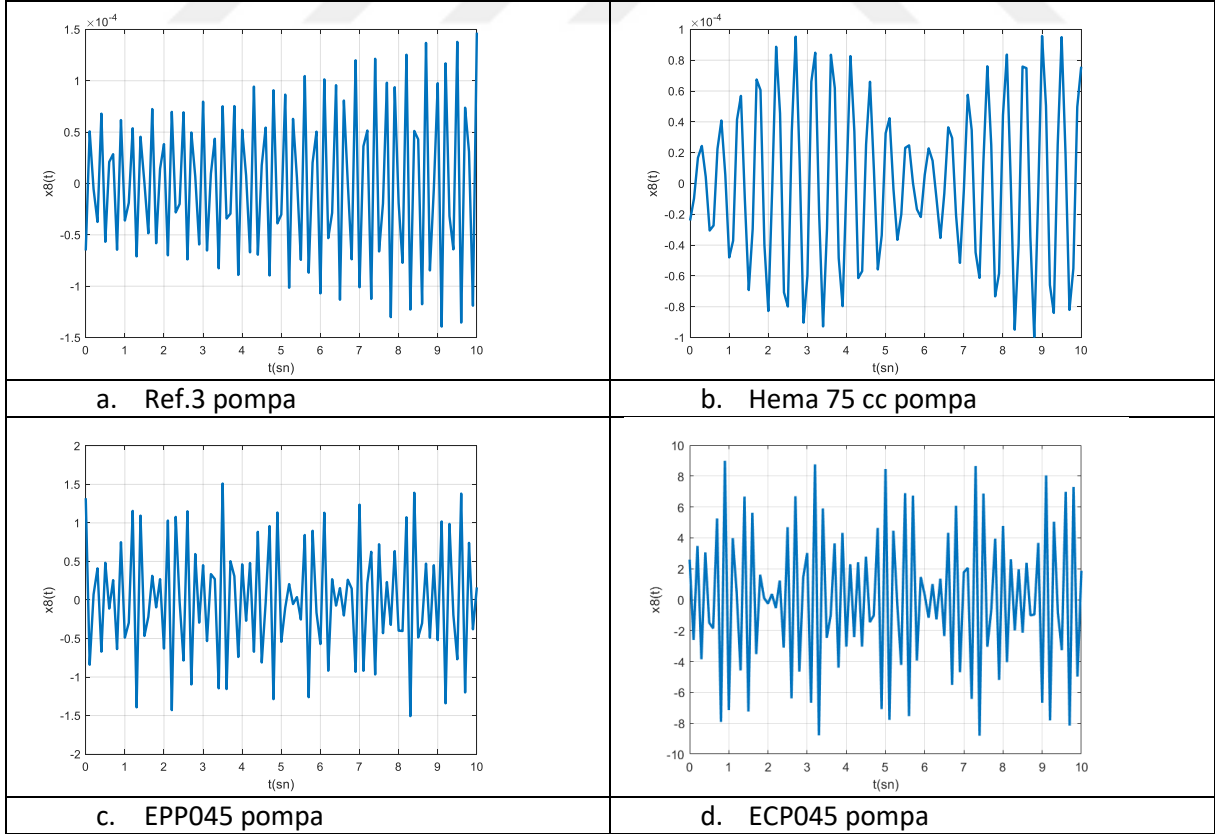
Şekil 4.22 5. frekans için yer değiştirmeler



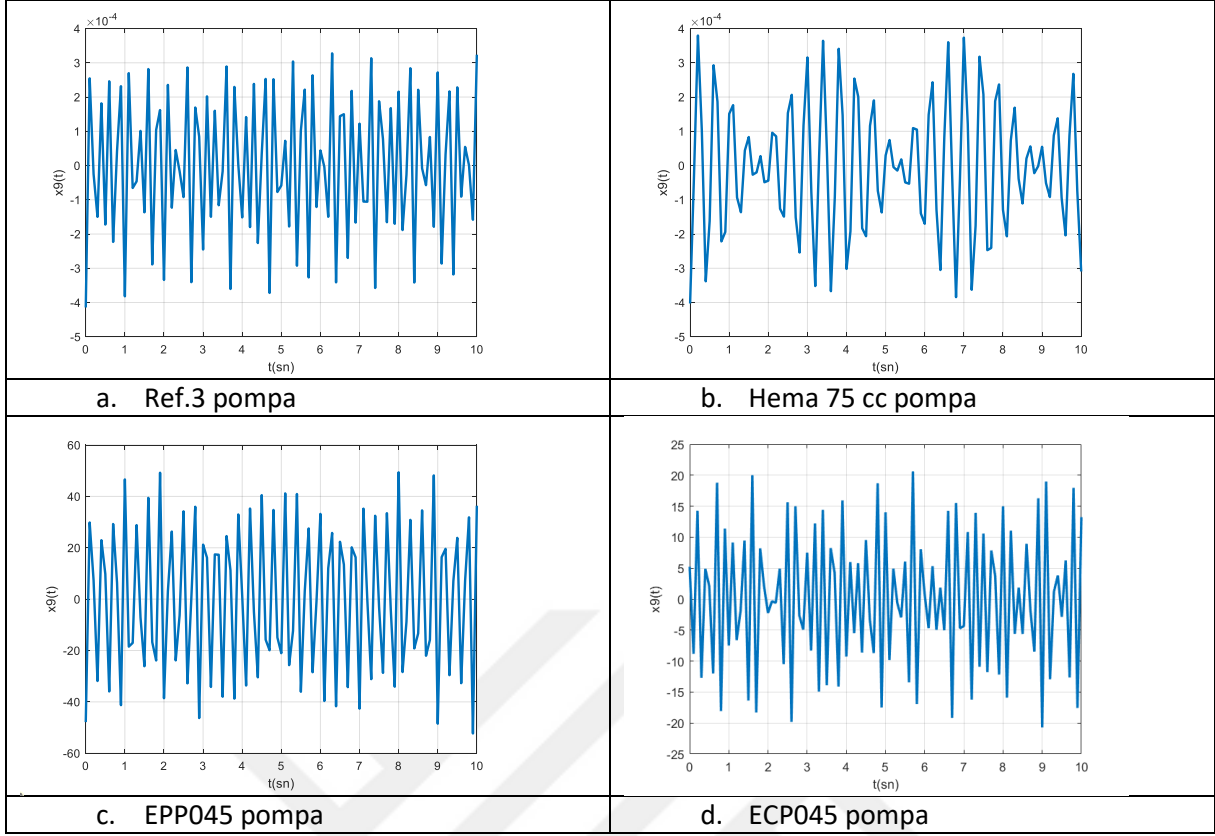
Şekil 4.23 6. frekans için yer değiştirmeler



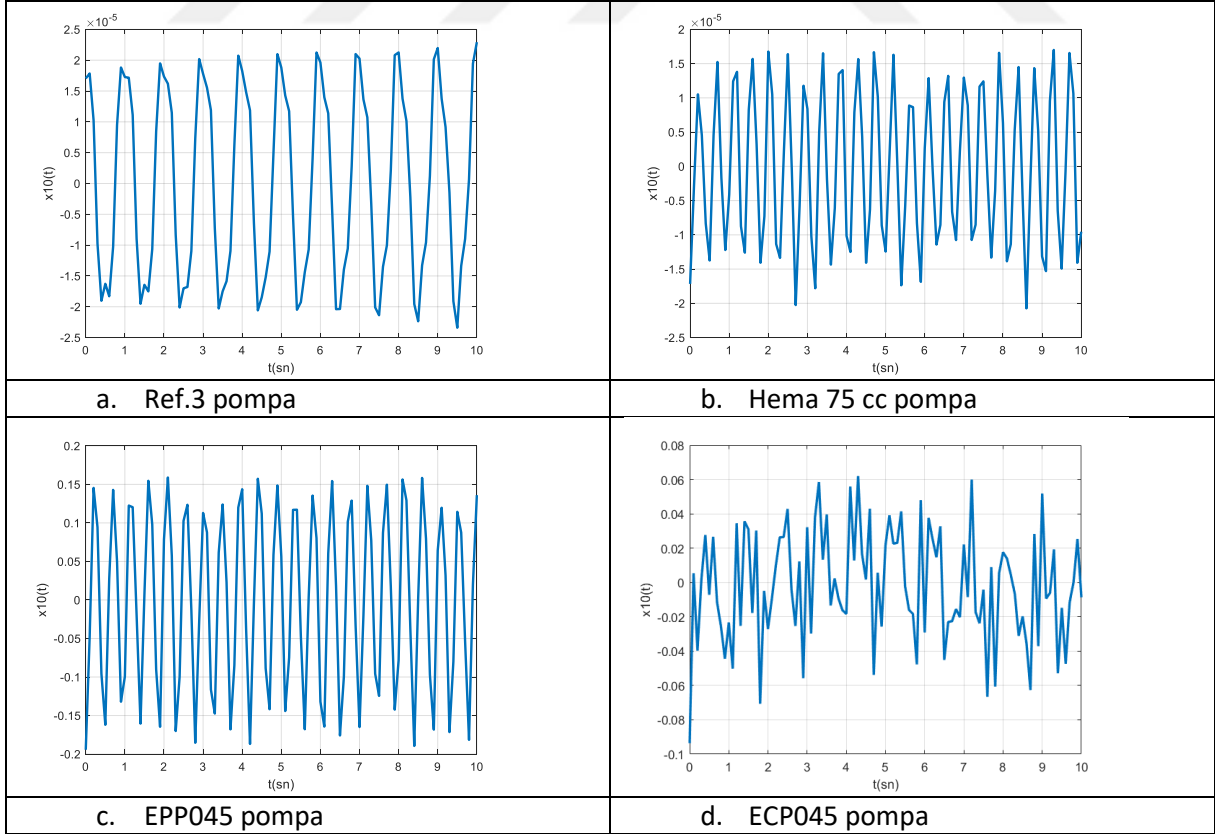
Şekil 4.24 7. frekans için yer değiştirmeler



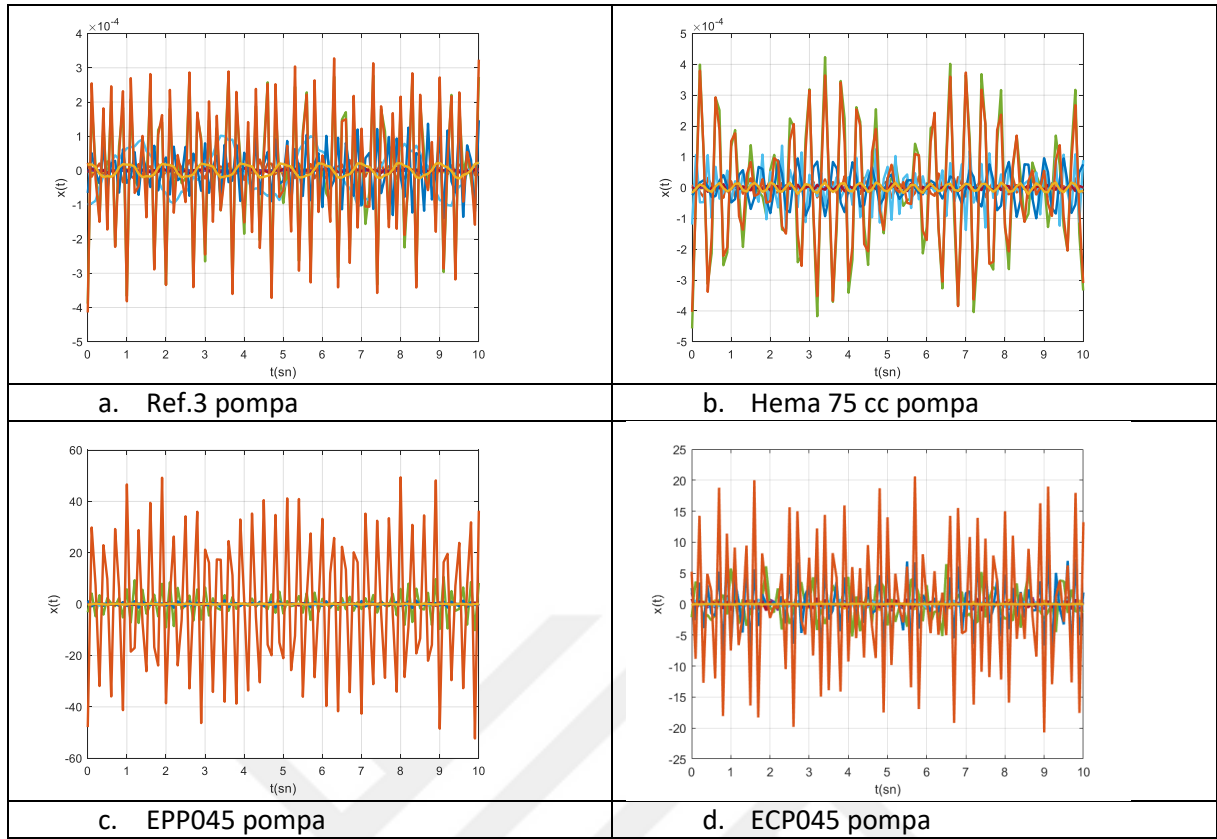
Şekil 4.25 8. frekans için yer değiştirmeler



Şekil 4.26 9. frekans için yer değiştirmeler



Şekil 4.27 10. frekans için yer değiştirmeler



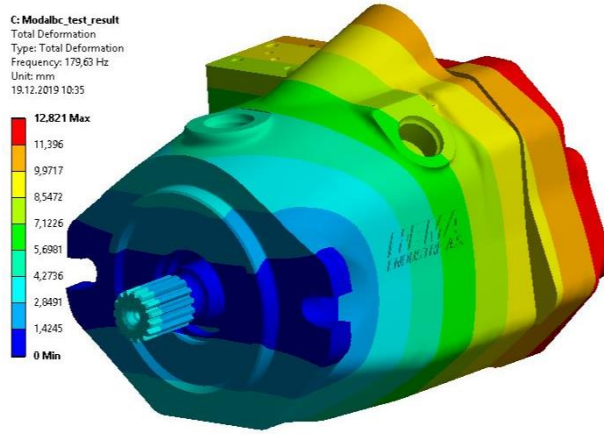
Şekil 4.28 Pompa modellerine göre yer değiştirmeler

Pistonlu pompaların çalışma prensipleri incelendiğinde kontrol plakası ile piston yuvası arasında, beşik yatak ile eğim plakası arasında ve piston pabucu ile eğim plakası arasında yağ filmi oluşmaktadır. Söz konusu yağ filmi pompa alt parçaları arasında sönümleme ve kuvvet iletimi sağlamaktadır. Ansys analizinde programın yapısı gereği 3 boyutlu olarak modellenen alt parçalar bir birileri ile kontak sağlamaktadır ve çalışma esnasında oluşan yağ filmi simule edilememiştir. Dolayısı ile sonlu elemanlar analizinden çıkan sonuçlar ile hesaplama ve deneysel sonuçlardan bir miktar farklılıklar göstermiştir. Ayrıca Şekil 4.29-4.32'de ANSYS analizinde bulunan toplam deformasyon gösterilmiştir.

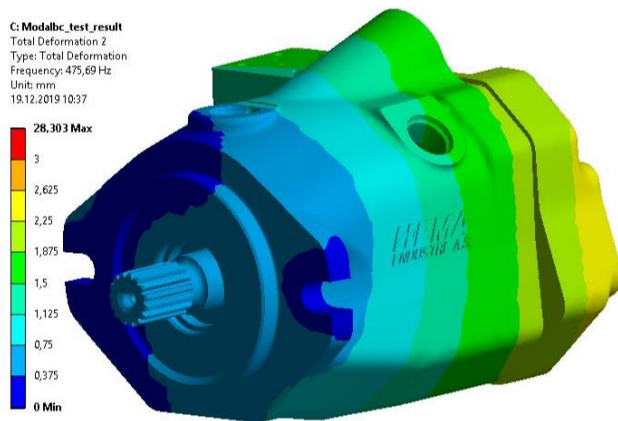
ANSYS analizi sonuçları bize hem frekans bazlı sonuçlar hem de toplam yer değiştirme bilgilerini vermektedir. ANSYS analizinden elde edilen sonuçları ilk 4 doğal frekans Çizelge 4.11 da verilmiştir.

Çizelge 4.11 ANSYS analizinden ilk 4 doğal frekans

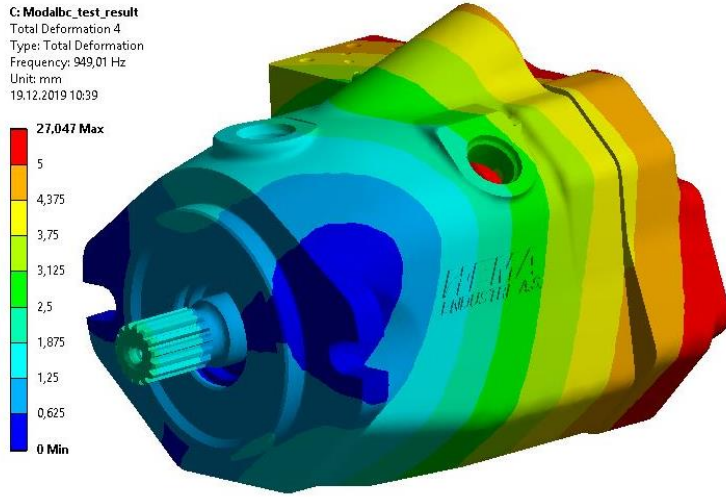
No	f_n (Hz)	w_n (rad/sn)
1	179	1124,12
2	475	2983
3	821	5155,88
4	949	5959,72



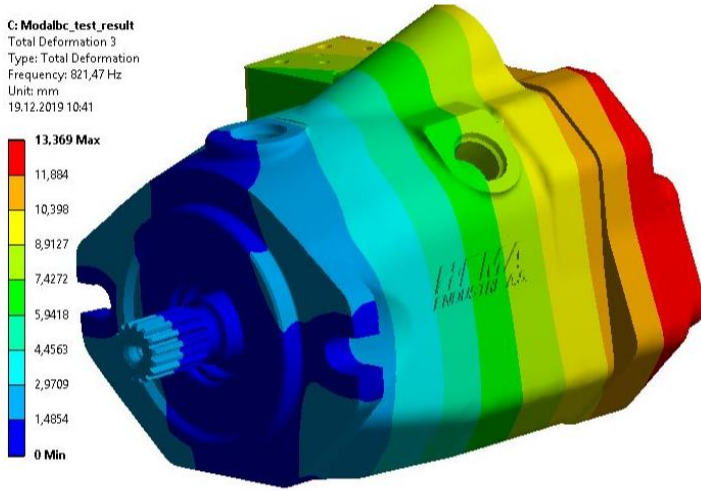
Şekil 4.29 Y doğrultusunda frekans ve deformasyon



Şekil 4.30 X doğrultusunda frekans ve deformasyon



Şekil 4.31 Z doğrultusunda frekans ve deformasyon



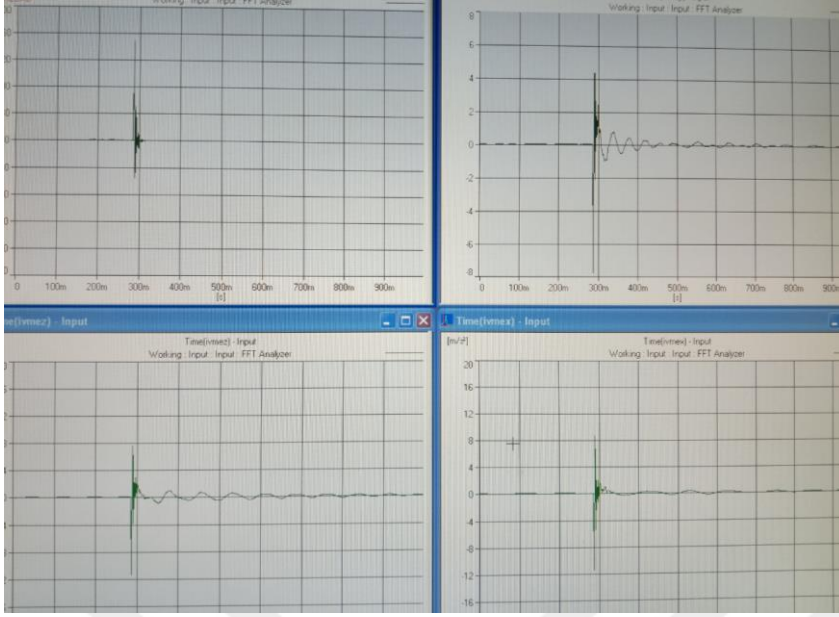
Şekil 4.32 RZ doğrultusunda frekans ve deformasyon

Çekiç darbe testinde yapılan ölçüm sonuçlarının analizinden önce ölçüm doğrularını incelemek için program ara yüzünde tanımlanan coherence ölçümünü incelemek gerekiyor. Bu ölçüm sonuçlarının ideal durumu ölçümün 1 olmasıdır. Şekil 4.33 da görüldüğü gibi ideale çok yakın doğrulukta ölçüm yapılmıştır.



Şekil 4.33 Çekiç darbe testi uygunluk ölçümü

Ölçümler esnasında analizör dataları toplamaya devam etmektedir. Darbe şiddeti 10N ile 100 N arası kuvvetleri baz almaktadır. Program arayüzüne tanımlanan özellik sayesinde darbeden 25ms önceden başlayarak 1 saniye süre ile toplanan değerleri kullanıcı ekranına yansıtmaktadır. Şekil 4.34 de görüldüğü gibi çekiç darbeleri ideale yakın doğrulukta yapılmış ve bütün darbeler ivme sensörü tarafından net bir şekilde algılanmıştır.



Şekil 4.34 Çekiç darbe zaman görseli

Titreşim ölçümlerinin değerlendirilmesinde tepki cevap fonksiyonu olarak tanımlanan ve program ara yüzünde Frequency Responce H1 olarak tanımlanan Şekil 4.35 te görsel olarak gösterilen ölçümde ivme sensörünün ‘y’ yönü ilk titreşim frekansı olarak bulunmuştur. Bu frekansta okunan değer 172 Hz dir.

Yine ivme sensörünün ‘z’ yönü 376 Hz ile ikincil titreşim frekansını vermiştir. Analizörün özelliği gereği 500Hz üzeri titreşim frekansları ölçülemediği için ivme sensörünün ‘x’ yönünde herhangi bir ölçüm alınamamıştır.



Şekil 4.35 Transfer fonksiyonu

Titreşim analizinin sonuçları Çizelge 4.12 ve Çizelge 4.13’da karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlara göre Matematik model, ANSYS analizi ve Darbe çekiç deneyi yöntemlerinin hepsi ile ilk mod için benzer değerler bulunmuştur. İkinci modlar karşılaştırıldığında ise matematik model ve darbe çekiç deneyi sonuçları benzer olmakla birlikte ANSYS analizinde yaklaşık %15 sapma görülmüştür. ANSYS çözümü içinde özellikle yağ filminin oluşmaması ve dolayısı ile yağ filminin sönüm etkisinin programda simule edilememesinden dolayı sonuçlardaki sapma kabul edilebilir düzeydedir. Matematik model ile ANSYS analizinin üçüncü ve dördüncü modlar arasında da benzer farklılığı görmek mümkündür. Darbe çekiç testinde kullanılan analizörün 500Hz üzerinde titreşim ölçme kabiliyeti olmadığından diğer modlar ile ilgili yorum yapılamamıştır.

Çizelge 4.12 EPP075 matematik modelinden elde edilen frekans değerlerinin, referans ve darbe çekiç sonuçları ile karşılaştırılma tablosu

	Mod 1	Mod 2	Mod 3	Mod 4
Matematik model	227Hz	229Hz	302Hz	323Hz
Ref.3 pompa	207Hz	209Hz	332Hz	340Hz
Darbe Çekiç Testi	178Hz	273Hz	273Hz	331Hz

Çizelge 4.13 EPP045 matematik modelinden elde edilen sonuçlar ile ANSYS analizi ve Darbe çekiç testi sonuçları ile karşılaştırılma tablosu

	Mod 1	Mod 2	Mod 3	Mod 4
Matematik model	257Hz	300Hz	373Hz	404Hz
ANSYS analizi	179Hz	475Hz	821Hz	949Hz
Darbe Çekiç Testi	172Hz	376Hz	-	-

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada, aynı tasarıma sahip dokuz pistonlu ancak farklı hacimlerde üretilmiş üç adet değişken deplasmanlı aksenal bir pistonlu pompanın serbest titreşim analizi yapılmıştır. İlk olarak sistemin matematik modeli serbest titreşim hareket denklemleri Lagrange yöntemiyle oluşturulmuş, denklemler modal analiz yöntemiyle çözülmüş ve doğal frekanslar, mod şekilleri ve yer değiştirmeler MATLAB programıyla elde edilmiştir. Ayrıca doğal frekanslar hem ANSYS programında hem de çekiç testi ile elde edilmiştir. Matematik modelden her üç pompa için elde edilen ilk 10 frekans referans sonuçlar ile karşılaştırıldığında sonuçların tutarlı olduğu görülmektedir.

Bu çalışmanın odak noktası pistonlu pompanın doğal frekansı hakkında fikir sahibi olmaktır ve bu çalışmada doğal frekanslar üç farklı yöntemle elde edilmiştir. Pompanın çalışma aralığı dikkate alındığında özellikle ilk beş frekansı ve ilk beş modu incelemek gerektiği anlaşılmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] Chen H.X. Chua.S.K.P.,Lim.G.H. “Dynamic vibration analysis of a swash-plate type water hydraulic motor” *Mechanism and Machine Theory* Volume 41, Issue 5,2006 pages 487-504
- [2] Latas W., Stojek J. “Dynamic model of axial piston swash-plate pump for diagnostics of water in elements”. *The Archive of Vol. LVIII* 2011
- [3] Shaogan Ye, Junhui Zhang, Bing Xu, Shiqiang Zhu, Jiawei Xiang, “Hesheng Tang “Theoretical investigation of the contributions of the excitation forces to the vibration of an axial piston pump” *Mechanical Systems and Signal Processing* 129 (2019) 201–217
- [4] Milistone W.D., Solomon A., Olsen G., “The kinematic analysis of axial-piston pumpsKinematische analyse von axialkolrenpumpen” *Mechanism and Machine Theory* Volume 18, Issue 6, 1983 pages 475-479
- [5] Milind T. R., Mitrab M. “Study on the dynamics and vibration behavior of an axial piston pump using combined MBD/FE approach” *12th International Conference on Vibration Problems, ICOVP 2015 Procedia Engineering* 144 2016 452 – 460
- [6] Changbin G. Zongxia J. Shouzhan H. “Theoretical study of flow ripple for an aviation axial-piston pump with damping holes in the valve plate” *Chinese Journal of Aeronautics* Volume 27, Issue 1, 2014, Pages 169-181
- [7] Bergada J.M., Kumar S., Davies D.LL., Watton J. “Complete Analysis of Axial Piston Pump Leakage and Output Flow Ripples” *Applied Mathematical Modelling* 36 2012 1731–1751 [Online]. Erişim adresi:: www.elsevier.com/locate/apm
- [8] N. D. Manring and Damte F. A. “The Control Torque on the Swash Plate of an Axial Piston Pump Utilizing Piston-Bore Springs” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 2001, Vol. 123 / 471
- [9] M. K. B. Khalil and R. B. Bhat “Modeling of Swash Plate Axial Piston Pumps With Conical Cylinder Blocks” *Article in Journal of Mechanical Design* · January 2004
- [10] J.M. Bergada, D.L. Davies, S. Kumar and J. Watton “The effect of oil pressure and temperature on barrel film thickness and barrel dynamics of an axial piston pump” *Springer Science+Business Media B.V.* 2011

- [11] S.A Kassem and M.K Bahr “Effect of Port Plate Silencing Grooves on Performance of Swash Plate Axial Piston Pumps” *Proceedings of the Seventh Cairo University International MDP Conference* Cairo-Egypt February 15–17, 2000 Pages 139-148
- [12] C.Li and Z. Jiao “Thermal-hydraulic Modeling and Simulation of Piston Pump” *Chinese Journal of Aeronautics* Vol.19 No.4 China
- [13] Y. Söyler (2015) “Kaymalı Yataklar ve Pistonlu Pompalarda Farklı Viskoziteye Sahip Yağların Çalışma Performanslarının Deneysel Analizi” Yüksek Lisans Tezi Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Kayseri 2015
- [14] S. S. RAO, “Mechanical vibrations”, 5. baskı, Nobel Akademik Yayıncılık Eğitim Danışmanlık Tic. Ltd. Şti, 2016, cilt 1 ss. 13
- [15] İ. Çağlayan, “Rezonans: Makinaların ve Yapıların Gizli Düşmanı” Mühendis ve Makine Cilt: 50 sayı 598 sayfa 55
- [16] İ. Çağlayan, “Rezonans: Makinaların ve Yapıların Gizli Düşmanı” Mühendis ve Makine Cilt: 50 sayı 598 sayfa 55
- [17] E. Dokumacı, H.N. Ergüven “Makine Mühendisliği El Kitabı” TMMOB Yayın No:169 Cilt 1, Bölüm 6, ss 06, 1994
- [18] İ. Çağlayan, “Rezonans: Makinaların ve Yapıların Gizli Düşmanı” Mühendis ve Makine Cilt: 50 sayı 598 sayfa 55
- Latas W., Stojek J. “Dynamic model of axial piston swash-plate pump for diagnostics of water in elements”. *The Archive* of Vol. LVIII 2011

ÖZGEÇMİŞ

1980 yılında Tekirdağ'da doğdu. Lise öğrenimini Halit Narin Anadolu Teknik Lisesinde (1994–1998) yaptı. 2003 yılında Marmara T.E.F. Makine bölümünden mezun oldu. Ocak 2005'da kısa dönem askerlik görevini tamamladı. 2006-2008 yıllarında Elsi elektrik sistemleri ve Teleset Elektromekanik San. Tic. A.Ş. de Kalite Sorumlusu olarak çalıştı. 2009 yılında Hema Endüstri A.Ş.'de çalışmaya başladı. 2015 yılında NKÜ makine mühendisliğinden mezun oldu. Halen Hema Endüstri A.Ş. 'de pistonlu pompa ve tork motoru geliştirme şefi olarak çalışmaktadır.

